

۱۹، ۱۵

تابع است $y_1 = y_2 \Rightarrow y_1 = y_2$ استفاده از تعریف تابع

ا) $y^2 - x = 2x^2$ $y_1^2 = 2x_1^2 + x_1$ $y_2^2 = 2x_2^2 + x_2$ $\Rightarrow y_1 = y_2$ $\Rightarrow x_1 = x_2$ $\Rightarrow y_1 = y_2$

ب) $|y| + x^2 = x + 2$ $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \pm 2$ استفاده از مثال نقض به ازای یک x دو جواب متفاوت داریم

ج) $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0$ $\Rightarrow \sqrt{x-4} = 0 \Rightarrow x = 4$ $|y-2| = 0 \Rightarrow y = 2$ تابع است نقطه یک نقطه دارد

د) $x = \cos y$ $\Rightarrow y = \arccos x$ به ازای یک x چند y مختلف داریم

دامنه این روابط = $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ا) $y = \frac{x+4}{x^2-4x}$ $x^2-4x=0 \Rightarrow x(x-4)=0 \Rightarrow x=0$ یا $x=4$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-7x+14}$ $x^2-7x+14=0 \Rightarrow \Delta = 49-56 = -7 < 0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4}$ $x^2+x+4=0 \Rightarrow \Delta = 1-16 = -15 < 0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

د) $y = \frac{x+4}{x^2-4x^2}$ $x^2-4x^2=0 \Rightarrow x^2(1-4)=0 \Rightarrow x=0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

ا) $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ $4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$ $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ $\Rightarrow D_f = [2, 4]$

ب) $y = \frac{x^2+1}{x^2+1}$ $x^2+1=0 \Rightarrow x^2=-1$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-2}$ $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ $x-2=0 \Rightarrow x=2$ $\Rightarrow D_f = [2, +\infty) - \{2\}$

د) $y = \frac{x^2+1}{|x|+x^2}$ $|x|+x^2=0 \Rightarrow x^2=-|x| \Rightarrow x=0$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

ا) $y = |x|$ $y = |x+2| + 3$

ب) $y = 2|x|$ $y = 2|x+2|$

ج) $y = |x+2|$

ا) $f(x) + 2$ $2f(x)$ $f(x-1)$ $-f(x)$

الف) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $x-3=0 \Rightarrow x=3$
 $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 ریشه ها: 2, 3, 4
 به ازای این اعداد

$y > 0: x = (2, 3) \cup (3, 4)$
 $y < 0: x = [2, -\infty) \cup [4, +\infty)$

ب) $y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $(x-3)^2=0 \Rightarrow x=3$ (تعداد زوج = ریشه ها)
 $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 از این ریشه داریم

$y > 0: x = (4, +\infty) \cup (2, 3)$
 $y < 0: x = [3, 4]$

الف) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$

ریشه ها: $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 $x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $x-3=0 \Rightarrow x=3$
 ریشه خفیه: $x=3$ (تغییر نشده به ازای 3)

Sign chart for $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$

$y < 0: x = (2, 3) \cup (4, +\infty)$
 $y > 0: x = [3, 2) \cup [4, 3)$

ب) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$

ریشه ها: $x-4=0 \Rightarrow x=4$
 $x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $(x-3)^2=0 \Rightarrow x=3$
 ریشه ها: 2, 3, 4 (تغییر نشده به ازای 3)

Sign chart for $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$

$y < 0: x = (2, 3) - \{3\}$
 $y > 0: x = [3, 2) \cup [4, +\infty) \cup [3, 4)$

الف) $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x-3} \rightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x-1)(x-2) = 0$

$x=1$ (ریشه خفیه)
 $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow a+b+c=0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $x = 2 \rightarrow$ ریشه خفیه

Sign chart for $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x-3}$

ب) $y = \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 4x + 3}$

$y < 0: x = [2, 3)$
 $y > 0: x = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

Sign chart for $y = \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 4x + 3}$

$y < 0: x = [2, 3)$
 $y > 0: x = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

الف) $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 + x + 1}$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 1 - 4(1)(1) = -3 < 0$
 ریشه ها: $x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x-1)(x-2) = 0$
 $x = 0, 1, 2$

Sign chart for $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 + x + 1}$

$y < 0: x = [0, 1) \cup [2, +\infty)$
 $y > 0: x = (1, 2) \cup (-\infty, 0)$

ب) $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x}{x^2 + 2x + 3}$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - 12 = -8 < 0$
 ریشه ها: $x^3 + 3x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x+1)(x+3) = 0$
 $x = 0, -1, -3$

Sign chart for $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x}{x^2 + 2x + 3}$

$y < 0: x = [0, -1) \cup [-3, +\infty)$
 $y > 0: x = (-1, -3) \cup (-\infty, 0)$

الف) $y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^3 - x}}$

$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$
 $x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x-1)(x+1) = 0$
 $x = 0, 1, -1$

ریشه ها: $x = 1$
 $x = -1$
 $x = 0$

$D_f = (-1, -\infty) \cup (0, +\infty) - \{1\}$

$D_f = (-1, -\infty) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}}$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2, -2$
 $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, 3$

ریشه ها: $x = 2$
 $x = -2$
 $x = 3$
 $x = 1$
 $x = \frac{c}{a}$

Sign chart for $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}}$

Sign chart for $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}}$

$D_f = [-2, -\infty) \cup (1, +\infty) - \{2\}$

$D_f = [-2, -\infty) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$

$[-2, -\infty)$