نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ ..... کلاس .....

۱

الف) $y^3 - x = 2x^2 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 - x_1 = 2x_1^2 \\ y_2^3 - x_2 = 2x_2^2 \end{cases} \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow y_1^3 - 2x_1^2 = y_2^3 - 2x_2^2 \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1^3 - y_2^3 = 0 \rightarrow \star$

$\star \rightarrow y_1^3 - y_2^3 = (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2) = 0 \rightarrow$ ✓ $y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 = 0 \rightarrow \Delta < 0$ ✗ تابع است
✓ $y_1 - y_2 = 0 \rightarrow y_1 = y_2$

ب) $|y| + x^2 = x + 3 \rightarrow x = 0 \rightarrow |y| + 0^2 = 0 + 3 \rightarrow |y| = 3 \rightarrow y = \pm 3 \rightarrow$ تابع نیست

ج) $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0 \rightarrow$ تنها دو عدد مقابل هم که مجموع آنها صفر است، هر دو عبارت صفر باشند
$\rightarrow \sqrt{x-4} = 0 \rightarrow x = 4$
$\rightarrow |y-2| = 0 \rightarrow y = 2$ ✓
$\rightarrow |_2^4$ تابع است و تنها در نقطه صدق می‌کند

د) $x = \cos y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2}$ یا $y = \frac{3\pi}{2} \rightarrow$ تابع نیست ✓

۲

الف) $y = \frac{x+4}{x^2-4x} \rightarrow x^2 - 4x \neq 0 \rightarrow x(x-4) = 0 \rightarrow x = 0$ یا $x = 4 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-7x+12} \rightarrow x^2 - 7x + 12 \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ عبارت مخرج ریشه ندارد پس هیچ‌گاه مخرج صفر نمی‌شود $\rightarrow D_f = \mathbb{R}$ ✓

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4} \rightarrow x^2 + x + 4 \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ عبارت مخرج ریشه ندارد پس هیچ‌گاه مخرج صفر نمی‌شود. $\rightarrow D_f = \mathbb{R}$

د) $\frac{x+4}{x^4-4x^2} \rightarrow x^4 - 4x^2 \neq 0 \rightarrow x^2(x^2-4) \neq 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$ ، $x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$

۳

الف) $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} \rightarrow 4 - x \geq 0 \rightarrow 4 \geq x$ ، $x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow 4 \geq x \geq 2 \rightarrow D_f = [2, 4]$

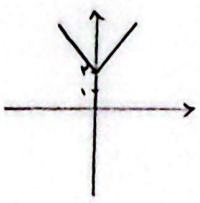
ب) $y = \frac{3x+1}{x^2+1} \rightarrow x^2 + 1 \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ چون ریشه ندارد هیچ‌گاه صفر نمی‌شود $\rightarrow D_f = \mathbb{R}$ ✓

ج) $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ ، $x - 4 \neq 0 \rightarrow x \neq 4$ ، $x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow D_f = [2, 4) \cup (4, +\infty)$

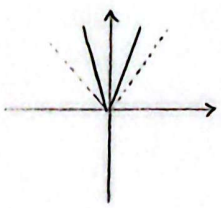
د) $\frac{2x+3}{|x|+x^2} \rightarrow |x| + x^2 \neq 0 \rightarrow$ تنها دو عدد قرینه که مجموع آنها صفر می‌شود هر دو عبارت صفر باشند.
$\rightarrow |x| = 0 \rightarrow x = 0$ ، $x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

۴

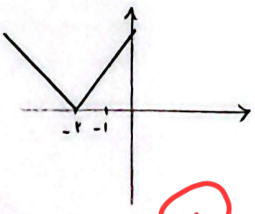
الف) $y = |x| + 2$



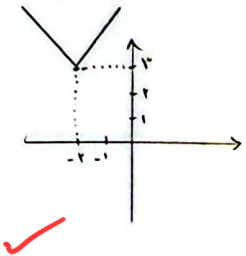
ب) $y = 2|x|$



ج) $y = |x+2|$

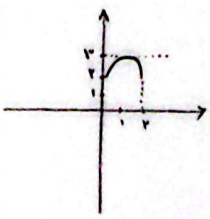


د) $y = |x+2| + 3$

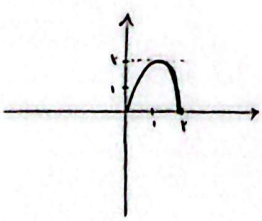


۵

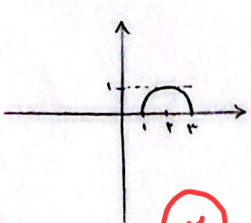
الف) $f(x) + 2$



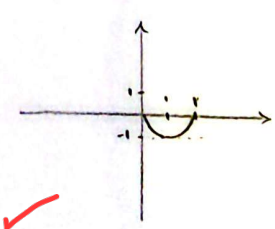
ب) $2f(x)$



ج) $f(x-1)$

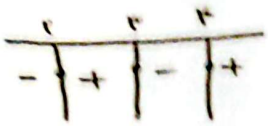


د) $-f(x)$



۶

الف) $y=(x-1)(x-2)(x-4)$ ⟶

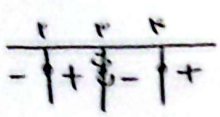


ب) $y=(x-2)(x-4)^2(x-4)$ ⟶

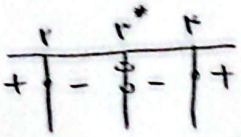
ج ✓

۷

الف) $y=\dfrac{(x-2)(x-4)}{x-3}$ ⟶



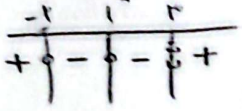
ب) $y=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ⟶



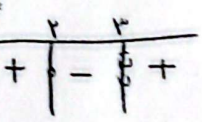
ج ✓

۸

الف) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-3}=\dfrac{(x-1)(x-2)}{x-3}$ ⟶



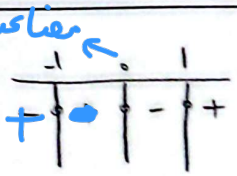
ب) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}=\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)}$ ⟶



ج ✓

۹

الف) $y=\dfrac{x^4-x^2}{x^2+x+2}=\dfrac{x^2(x^2-1)}{x^2+x+2}$ ⟶ $x^2=0\to x=0$ ، $x^2=1\to x=\pm1$ ⟶ مضاعف



$\Delta<0$ ← دستگاه ندارد

ب) $y=\dfrac{x^2+3x+4}{x^2+2x+2}$ ⟶ $\Delta<0$ ← دستگاه ندارد

	$-\infty$		$+\infty$
x^2+3x+4	+	+	+
x^2+2x+2	+	+	+
$f(x)$	+	+	+

x^2+3x+4: Δ ندارد و همواره مثبت است ⟵

x^2+2x+2: ضرایب x مثبت است ⟵ ضرایب x مثبت است و تابع Min است.

(۱٫۵)

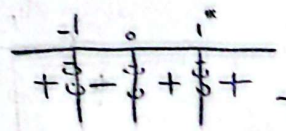
✓

۱۰

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^4-x}}\to\dfrac{x^2-1}{x^4-x}\geq0\to\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x(x^2-1)}\geq0$

x^2+x+1: $\Delta<0$ و ضریب x^2 مثبت ⟵ ۱

x: ۰ ⟵ ، x^2-1: ±1 ⟵

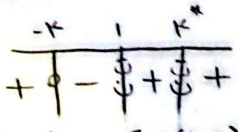


$D_f=(-\infty,-1)\cup(0,1)\cup(1,+\infty)$ ←

(۲)

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-16}{x^2-5x+4}}\to\dfrac{x^2-16}{x^2-5x+4}\geq0\to\dfrac{(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-4)}\geq0$

x^2: ۴ ⟵ ، -16: -4 ⟵ ، x: ۴ ⟵ ، ۱ ⟵



$D_f=(-\infty,-4]\cup(1,4)\cup(4,+\infty)$