نام و نام خانوادگی: ملیکا توکلیان / پاسخنامه تمرینی تکلیف شماره ۲ / کلاس: دهم
(دخترانه)

۲۰

۱

الف) $y^۳ - x = ۲x$ $\xRightarrow[x_1 = x_2]{\text{تعریف ریاضی}}$ $\begin{cases} y_1^۳ = ۲x_1^۲ + x_1 \\ y_۲^۳ = ۲x_۲^۲ + x_۲ \end{cases} \Rightarrow y_1^۳ = y_۲^۳ \Rightarrow y_1 = y_۲$ **تابع است**

ب) $|y| + x^۲ = x + ۳$ $\xrightarrow[\text{مثال نقض}]{x=۰}$ $|y| = ۳ \Rightarrow y = \pm ۳$ **تابع نیست**

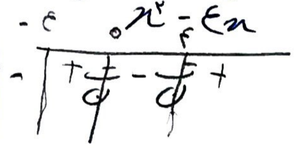
ج) $\underbrace{\sqrt{x-۴}}_{۰} + \underbrace{|y-۲|}_{۰} = ۰$ جمع ۲ اعداد + صفر شده بین هردو صفر بوده اند.
$x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = ۴$
$y - ۲ = ۰ \Rightarrow y = ۲$ $\Rightarrow (۴,۲)$ **تابع است**

②

د) $x = \cos y$ اگر $x=۰$ باشد برای y بینهایت مقدار قابل محاسبه است $y = ۲\pi, ۳\pi, ...$ $\Rightarrow$ **تابع نیست**

۲

الف) $y = \frac{x+۴}{x^۲ - ۴x} \Rightarrow x^۲ - ۴x \neq ۰ \xRightarrow{\text{ریشه‌یابی}} x(x-۴) = ۰ \Rightarrow x = ۰ , x = ۴$



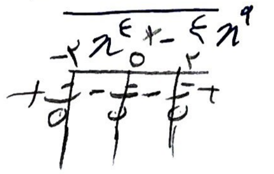
$D_f = \mathbb{R} - \{۴, ۰\}$

②

ب) $y = \frac{x+۴}{x^۲ - ۷x + ۱۶}$ $x^۲ - ۷x + ۱۶ \neq ۰$ $\Delta = b^۲ - ۴ac \Rightarrow ۴۹ - ۶۴ = -۱۵$
چون دلتا منفی است نمودار ریشه حقیقی ندارد و هیچوقت صفر نمی‌شود $\Leftarrow$ $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

ج) $\frac{x+۴}{x^۲ + x + ۴} = x^۲ + x + ۴ \neq ۰$ $\Delta = b^۲ - ۴ac = ۱ - ۱۶ = -۱۵$
چون دلتای نمودار منفی است ریشه حقیقی ندارد و نمودار هیچوقت صفر نمی‌شود $\Leftarrow$ $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

د) $\frac{x+۴}{x^۴ - ۴x^۲} = x^۴ - ۴x^۲ \neq ۰$ ریشه‌گیری $x^۲(x^۲ - ۴)$ $(x-۲)(x+۲)$ $\Rightarrow$ ریشه‌ها $= ۰, ۲, -۲$



$D_f = \mathbb{R} - \{۲, ۰, -۲\}$
چون نمودار نباید صفر باشد ریشه‌های نمودار را از دامنه حذف می‌کنیم

۳

الف) $\sqrt{۶-x} + \sqrt{x-۲}$ زیر رادیکال نباید منفی باشد
$۶ - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۶$
$x - ۲ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۲$
$\cap \Rightarrow ۲ \leq x \leq ۶ \Rightarrow D_f = [۲, ۶]$

ب) $\frac{۳x+۱}{x^۲+۱}$ $x^۲ + ۱ \neq ۰ \xRightarrow{\text{ریشه‌گیری}} x^۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow x^۲ = -۱ \Rightarrow$ ✗
نمودار ریشه ندارد و صفر نمی‌شود

$\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

ج) $\frac{\sqrt{x-۲}}{x-۴}$ نباید منفی باشد $\Rightarrow x \geq ۲$ $D_f = [۲, +\infty) - \{۴\}$

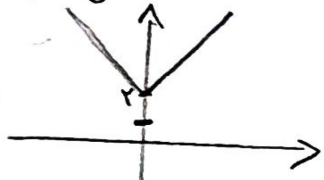
$x-۴$ ← نباید صفر باشد $\overset{\text{ریشه مخرج}}{\Rightarrow} x-۴=۰ \Rightarrow \overset{\text{ریشه}}{x=۴}$

د) $\frac{۲x+۳}{|x|+x^۲} \neq ۰$ $D_f = \mathbb{R} - \{۰\}$ ② ✓

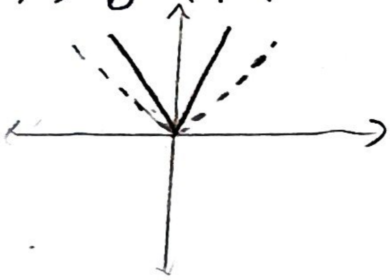
مخرج فقط در صورتی می‌تواند
۰ شود که $x=۰$ باشد
چون جمع ۲ تا عدد + است

۴

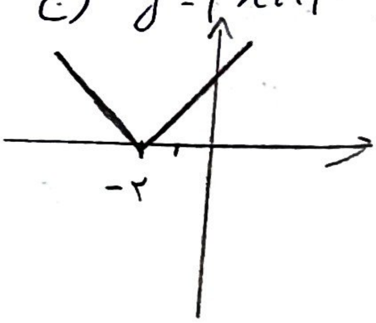
الف) $y=|x|+۲$



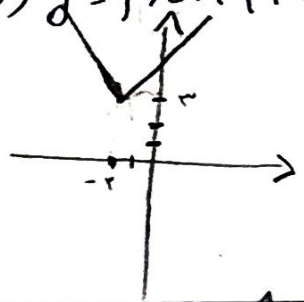
ب) $y=۲|x|$



ج) $y=|x+۲|$



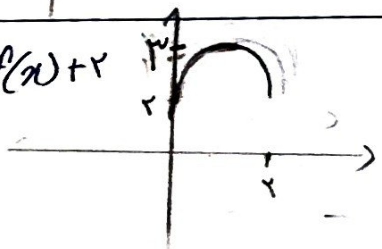
د) $y=|x+۲|+۳$



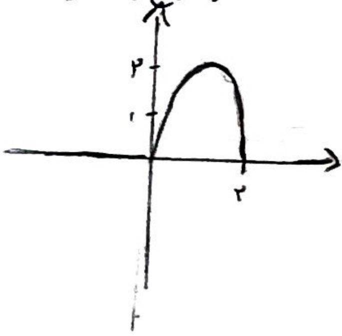
② ✓

۵

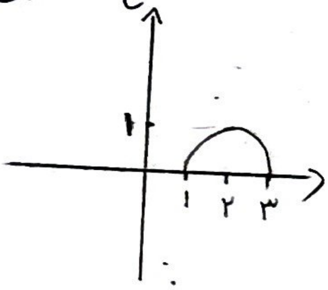
الف) $f(x)+۲$



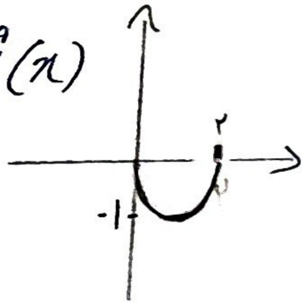
ب) $۲f(x)$



ج) $f(x-۱)$



د) $-f(x)$

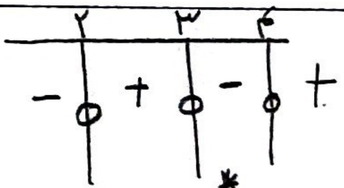


② ✓

۶

الف) $y=(x-۲)(x-۳)(x-۴)$

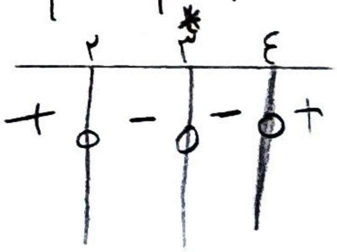
ریشه‌ها $x-۲=۰$, $x=۲$ $x-۳=۰$, $x=۳$ $x-۴=۰$, $x=۴$ ②



ب) $y=(x-۲)(x-۳)^۲(x-۴)$

$x=۲$ $x=۳$ $x=۴$

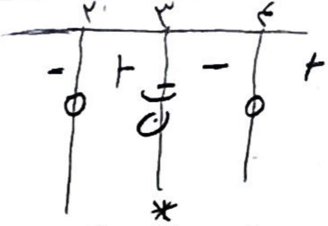
مضاعف



٧

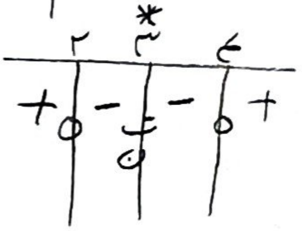
الف) $y=\frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$ => $x=4$ و $x=2$

$x-3$ => $x=3$



ب) $\frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ => $x=2$ و $x=4$

$(x-3)^2$ => $x=3$ مضاعف



٢ ✓

٨

الف) $\frac{x^3-3x+2}{x-3}$ چون مجموع ضرایب صفر است پس بر $x-1$ بخش پذیر است

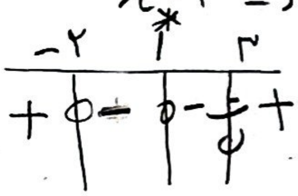
$x-3$ => $x=3$

$$\begin{array}{l|l} x^3-3x+2 & x-1 \\ -(x^3-x^2) & \boxed{x^2+x-2} \\ \hline x^2-3x+2 & \\ -(x^2-x) & \\ \hline -2x+2 & \\ -(-2x+2) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

جمله مشترک $(x-1)(x+2)$

$\frac{(x-1)^2(x+2)}{x-3}$ => $x=-2$, $x=1$

$x-3$ => $x=3$

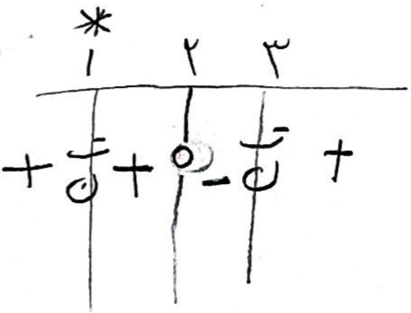


٢ ✓

ب) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}$ => $\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)}$

=> $x=1$ => $x=2$

$x=1$ // $x=3$ //



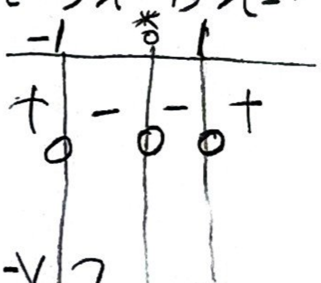
٩

الف) $y=\frac{x^4-x^2}{x^2+x+2}$ => $x^2(x^2-1)$ => $x=0$ و $x=1$ و $x=-1$

$(x-1)(x+1)$

$\Delta=b^2-4ac$ => $1-8=-7$

دلتا منفی است در ریشه حقیقی ندارد.



٢ ✓

ب) $\frac{x^2+3x+4}{x^2+2x+3}$ => $\Delta=b^2-4ac$ => $9-16=-7$

x^2+2x+3 => $\Delta=b^2-4ac=4-12=-8$

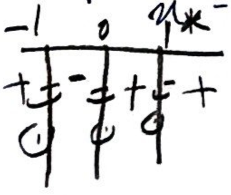
} دلتا منفی است پس دارای ریشه حقیقی نیستن

١٠

الف) $y=\sqrt{\frac{x^3-1}{x^3-x}}$ => $\frac{x^3-1}{x^3-x}\geq 0$ => $x=1$

x^3-x => $x(x^2-1)$ => $x=0$ و $x=1$ و $x-1$

$(x-1)(x+1)$



$D_f=(-\infty,-1)\cup(0,1)\cup(1,+\infty)$

٢ ✓

ب) $\sqrt{\dfrac{x^۲-۱۶}{x^۲-۵x+۴}} \Rightarrow \dfrac{x^۲-۱۶}{x^۲-۵x+۴} \geqslant ۰ \Longrightarrow (x-۴)(x+۴) \Rightarrow x=\pm۴$

$\Rightarrow (x-۱)(x-۴) \Rightarrow x=۴ , x=$

$-۴ \quad ۱ \quad \overset{*}{۴}$

$+ \quad ۰ \quad - \quad ‖ \quad + \quad ‖ \quad +$

$D_f = (-\infty , -۴] \cup (۱ , ۴) \cup (۴ , +\infty)$

✓