• به نام خدا •

مبحث تکلیف: آنالیز ترکیبی

۲۰

استفاده‌ی تکلیف: ۲۹

نام و نام خانوادگی: حنانه سالم

کلاس: دهم دختر ۲

س: ۴ نفر با نام‌های a و b و c و d و e را در نظر بگیرید.

۱- چیدمان خطی $4!$

۲- چرخ و فلک ایستا ← چیدمان دایره‌ای فقط از دو طرف $\frac{5!}{2}$

دقت:

*همان ۴ نفر را می‌خواهیم دور میز بنشانیم. *راه حل مسئله

$\binom{5}{4} \times 3! = \frac{5\times4\times3}{3!} \times 3! =$ خودمون انتخاب

$4\times5\times3=60$

۳- تحلیل سوال: بدون کلی می‌خواهیم ۴ نفر از ۵ نفر انتخاب کنیم یکی را (a) فرض انتخاب کرده است پس انتخاب سه نفر دیگر بر عهده‌ی ماست و چون نفر c هم انتخاب نشود محتوی ۲ نفر از فضای نمونه‌ی ما حذف می‌شود.

$\binom{4}{3} \times 4! = 4\times4! = 4\times24=96$ (ج) a هم هست!

*دیوار اتوبوس بودن همان چیدمان خطی است.

۴- $\binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = \frac{5\times4\times3}{4!} \times \frac{3!}{1} = 45$

۵- $\binom{5}{4} \times 3! = \frac{5\times4\times3}{4!} \times 3! = 60$

۶- ۲- در یک میز ← چیدمان دایره‌ای $5!$

*ابتدا از فرمول انتخاب بدون چیدن (ترکیب) می‌رویم جدا می‌چینیم.

① راه ← $\binom{5}{4} \times 4! = \frac{4!}{4!3!} \times 4! = \frac{4!}{2!} = \frac{4\times5!}{2!} = 2\times5! = 2\times120=240$ ← K

② راه ← $\frac{4!}{2!}=240$

*همان اول از فرمول انتخاب با چیدن (ترکیب P) می‌رویم.

۷- $\binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = \frac{5\times4\times3}{4!} \times \frac{3!}{1} = 45$

۸- *بستری d و e جایگشت ندارد زیرا گفته c با فاصله بعد از d

a b e f [d c] (۵ شیء) $\Rightarrow 5! = 120$

۹- *بستری d و e جایگشت دارد زیرا نفر d و e با فاصله بعد از هم

a b e f [d c] (۵ شیء) $\Rightarrow 5! \times 2! = 120\times2=240$

۱۰- در نفر از حالات c بعد d و در نفر دیگر از حالات: d بعد c است پس: $\frac{5!}{2!} = \frac{5\times5!}{2!} = 3\times120=360$

c بعد از d

از کار انداختن جایگشت c و d $\frac{4!}{2!}=360$: راه ②

۱۱- *بستری c و d و e جایگشت دارد زیرا گفته با فاصله بعد از هم

a b f [c d e] (۴ شیء) $\Rightarrow 4!\times3! = 24\times6=144$

۱۲- (c) (d) (e)

$\Rightarrow \frac{4!}{3!} = \frac{4\times5!}{4} = 5! = 120$

از کار انداختن جایگشت c و d و e

۱۳- *مانند قبلی (c) (d) (a)

$\Rightarrow \frac{4!}{3!} = \frac{4\times5!}{4} = 5! = 120$

از کار انداختن جایگشت

۱۴- $\frac{5!}{2!} \times \frac{4!}{2!} = \frac{5\times5\times4\times3!}{2\times2} = 30\times3! = 30\times6 = 180$ (c) (e) (d) (a)

از کار انداختن جایگشت d و a

از کار انداختن جایگشت e و c

۱۵- س: به توی سفید و هر توی سیاه جداگانه را در نظر بگیرید. همه‌ی توی‌های سیاه کنار هم باشند.

*توی‌های یک رنگ هم با هم متفاوت اند و جایگشت دارند.

(●●●●●) (○○○○○) (۴ شیء)

$\Rightarrow 4!\times5! = 24\times120=2880$

جایگشت توی‌های سیاه در بشقاب

۱۶- همه‌ی توی‌های سفید کنار هم و توی‌های سیاه نیز کنار هم باشند. (همه‌ی آنها)

(●●●●●) (○○○○○) (۲ شیء)

$\Rightarrow 2!\times5!\times5! = 2\times120\times120 = 28800$

جایگشت سفیدها در بشقاب — جایگشت سیاه‌ها در بشقاب

۱۷- $\binom{5}{5} \times 5! = 5!\times4\times5! = 4!\,5! = 2880$

جایگشت سیاه‌ها با هم

انتخاب ۵ تا از ۴ تا برای چیدن سیاه‌ها

جایگشت سفیدها با هم

۱۸- *اصل متمم

۱۰: کل حالات

همه‌ی سیاه‌ها کنار هم (سه‌تا): $5!\,4!$

هیچ دو سیاهی کنار هم نباشند (سه‌تا): $5!\,4!$

بعضی سیاه‌ها کنار هم باشند:

۱۰ = (همه + هیچ) − کل

$= 10 - (2\times4!\,5!)$

$(5!\,4! + 5!\,4!)$

۱۹- یکی در میان - خطی - تعداد مساوی

سیاه‌ها سفیدها

$5!\times5!\times2 = 120\times120\times2=28800$

*برای اینکه شروع می‌کنند هم از سفید هم از سیاه باشد.

۲۰- یکی در میان - دایره‌ای (تعداد حتماً مساوی)

$4!\times5! = 24\times120=2880$

*اولین توی را هم نسبت به جای گذاری اما دیگر را نسبت به آن می‌چینیم.

که همشکل هم

* در ۱۱ راهی تو اینم از اصل متمم برویم (تعداد بود هیچ دو توی سیاهی کنار هم نباشند.) آنگاه باید حالت بعضی سیاه‌ها کنار هم را هم حساب کنیم