/ /

بوما عباسی — پنجشنبه

۱ـ $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & x\geq a \\ ax-4 & x<a \end{cases}$, $f(a)=a^2+2a=a(a)-4$, $\boxed{a=-2}$

۲ـ $g(x)=2x+b \xrightarrow{(2,3)} 3=4+b \to b=-1$, $f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x+b} \xrightarrow{(2,3)} 3=\dfrac{4+a}{4-\underbrace{b}_{=-1}} \to a=11$

$\to f(1)=\dfrac{1+11}{2+1}=\boxed{4}$

۳ـ $2x^2+ax+b \begin{cases} \xrightarrow{x=-1} 2-a+b=0 \\ \xrightarrow{x=4} 32+4a+b=0 \end{cases} \to 2-a+\cancel{b}=32+4a+\cancel{b} \to a=-6$

$\to b=-2+a=-8$

$\to f(1)=\dfrac{4+1}{2-6-8}=\boxed{\dfrac{-5}{12}}$

۴ـ $f(x)=\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$, $D_f=R-\{1\}$ → ریشه مضاعف مخرج است یعنی $\Delta=0$ → $S=1+1=2=\dfrac{-a}{-4}$, $a=-8$

$\to \Delta=a^2+16b=0$

$a=-8,\ 16b=-64$

$\to b=-4$

$\to \boxed{a+b=-8-4=-12}$

۵ـ $D_f=R-\{1\}$ → یعنی مخرج فقط یک ریشه دارد که برابر ۱ است و x^2+mx+1 ریشه در اعداد حقیقی ندارد یا یک ریشه مضاعف دارد

① $\Delta\leq0 \to m^2-4\leq0 \to (m-2)(m+2)\leq0 \to$
$\begin{array}{ccccc} & -2 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$\to -2\leq m\leq 2$

② $S=2=-m \to m=-2$

$\to \boxed{-2\leq m<2}$

۶ـ $f(x)=\sqrt{4-\dfrac{1}{x^2}} \to 4-\dfrac{1}{x^2}\geq0 \to \dfrac{4x^2-1}{x^2}\geq0 \to$
$\begin{array}{ccccccc} & -\frac12 & & 0 & & \frac12 & \\ + & | & - & * & - & | & + \end{array}$

$4x^2-1=0 \to x=\pm\dfrac12$

$x^2=0 \to x=0$

$\to \boxed{D_f=R-\left(-\dfrac12,\dfrac12\right)}$

۷ـ $f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1} \to mx^2+2mx+1\geq0 \to$ ① $m>0$ ★

② $m=0$ عبارت درجه ۱ باشد

$\to \Delta\leq0 \to 4m^2-4m\leq0 \to 4m(m-1)\leq0 \to$
$\begin{array}{ccccc} & 0 & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ ★۲

$\underline{\quad}$ $0\leq m\leq1$

★ , ★۲ $\to \boxed{0\leq m<1}$

۸) a در $f(x)$ ریشه مخرج است

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2-1}{2x-1} & x\neq a\\ 4x+k & x=\dfrac{1}{2}\end{cases}\quad ,\quad g(x)=2x+1$$

$\rightarrow 2a-1=0 \rightarrow a=\frac{1}{2}$

$\rightarrow x=\frac{1}{2} \rightarrow 2+k=2(\frac{1}{2})+1 \rightarrow k=0$

$\boxed{a+k=\frac{1}{2}}$

۹)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{9x^2-4}{3x-2} & x\neq -\dfrac{2}{3}\\ 3ax+2 & x=-\dfrac{2}{3}\end{cases}\quad ,\quad g(x)=3x+b$$

$x=-\frac{2}{3} \rightarrow -2a+2=3(\frac{-2}{3})+\overset{-2}{b} \rightarrow a=3$

$$\frac{9x^2-4}{3x-2}=\frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2}$$

$x\neq -\frac{2}{3} \rightarrow 3x-2=3x+b \rightarrow b=-2$

$\Rightarrow \boxed{a-b=3-(-2)=5}$

۱۰)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & x\neq 2\\ 2a^2+ax & x=2\end{cases}\quad ,\quad g(x)=x+2$$

$2a^2+ax \xrightarrow{x=2} 2a^2+2a-4=0$

$\rightarrow a^2+a-2=0 \rightarrow (a-1)(a+2)=0$

$\rightarrow \boxed{a=1 \text{ و } -2}$

Scanned with CamScanner