سوال ۱:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & ; x\geq a \\ ax-4 & ; x<a \end{cases}$$

به ازای $x=a$ ، ۲ ضابطه با هم برابرند

برابر باشند تا تابع بودن حفظ شود.

$a^2+2a=a^2-4$

$a=-2$ و

سوال ۲:

$$f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b} \qquad g(x)=2x+b \qquad (3,3) \leftarrow \text{تقاطع}$$

$$\frac{4+a}{4-b}=4+b \Rightarrow 16-b^2=4+a \Rightarrow b=1-5 \Rightarrow 15$$

$$16-2=4+a \Rightarrow a=10$$

$$4+b=3 \Rightarrow b=-1$$

$$f(x)=\frac{x^2+11}{2x+1} \Rightarrow f(1)=\frac{12}{3}=4$$

سوال ۳:

$$f(x)=\frac{4x+1}{2x^2+ax+b} \qquad \mathbb{R}-\{-1,4\} \Rightarrow -1,4 \Rightarrow \text{ریشه‌های مخرج}$$

ضرب ریشه‌ها $=\frac{b}{2}=-4 \Rightarrow b=-8$

جمع ریشه‌ها $=\frac{-a}{2}=3 \Rightarrow a=-6$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{4x+1}{2x^2-6x-8} \Rightarrow f(1)=\frac{5}{-12}=\frac{-5}{12}$$

سوال ۴:

$$f(x)=\frac{x^3-\sqrt{3}}{-2x^2+ax+b} \qquad D=\mathbb{R}-\{-1\} \qquad a+b=?$$

ریشه‌ی مخرج مضاعف

$-1=x$ است.

$\frac{-a}{-4}=-1$ جمع ریشه‌ها

$a=-4$ و

$\frac{b}{-2}=1 \Rightarrow b=-2$

ضرب ریشه‌ها

$a+b=-4-2=-6$ ج

سوال ۵:

$$f(x)=\frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)} \qquad D=\mathbb{R}-\{1\}$$

ریشه‌ی مخرج - به ازای کدام m ها

۱) ۲ پارامتر مرد ریشه دارد.

۲) پارامتر مرد ریشه‌ی مضاعف ۱ دارد.

(حالت ۱) $x^2+mx+1=0$ $\Delta<0$ $a\neq 0$ ✓

$m^2-4<0$

$m^2<4 \Rightarrow -2<m<2$

(حالت ۲)

جمع ریشه‌ها $=\frac{-b}{a}=-m=2$

$m=-2$

$m\in$ (حالت ۱) $\cap$ (حالت ۲) $=[-2,2) \leftarrow$

سوال ۶:

$$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}} \qquad D=? \qquad 4-\frac{1}{x^2}\geq 0$$

$\frac{1}{x^2}\leq 4 \Rightarrow -\frac{1}{x^2}\geq -4 \Rightarrow$ در خط (۰) است پس می‌توان در خطوط ۱ و x^2 ضرب کرد.

$\frac{1}{4}\leq x^2 \rightarrow \frac{1}{4}\leq x^2\leq 1 \rightarrow -1\leq x\leq -\frac{1}{2} \cup \frac{1}{2}\leq x\leq 1$

$D_f=(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

سوال ۷:

$$f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1} \qquad D=\mathbb{R} \Rightarrow mx^2+2mx+1\geq 0 \rightarrow \text{یعنی } m>0$$

$\Delta\leq 0$

$4m^2-4m\leq 0$

$m^2-m\leq 0 \rightarrow m(m-1)\leq 0$

$m\in[0,1]$

بازه‌ی آن دو ضابطه‌ی ریشه $mx^2+2mx+1\geq 0$

$m=0 \Rightarrow 1\geq 0$

$4m^2-4m=0 \Rightarrow m^2=m \Rightarrow m=0,1$

$m\in(0,1]$ $\cup$

(۸)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2-1}{2x-1} & ; x\neq a\\ 4x+k & ; x=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

$$\dfrac{(2x+1)(2x-1)}{(2x-1)}=2x+1$$

$$g(x)=2x+1$$

«تابع با ضابطه برابر» ⇐ «تابعی که ضابطه‌اش در ضابطه‌ی برابر است».

دامنه $R=g(x)$ پس $a=\frac{1}{2}$ دامنه $f(x)$ هم R است.

$$g\left(\frac{1}{2}\right)=1+1=2$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=2+k=2 \Rightarrow k=0$$

$$a+k=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

(سؤال ۹)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{9x^2-4}{3x+2} & ; x\neq -\frac{2}{3}\\ 3ax+2 & ; x=\frac{-2}{3}\end{cases}$$

$$\dfrac{(3x-2)(3x+2)}{(3x+2)}=3x-2$$

$$g(x)=3x+b \rightarrow g(1)=3+b=1$$

$$g(x)=3x-2 \quad (b=-2)$$

$$f(1)=3-2=1 \qquad g\left(-\frac{2}{3}\right)=-2-2=-4$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right)=-2a+2=-4 \Rightarrow (a=3)$$

$$a-b=3-(-2)=5$$

(سؤال ۱۰)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & ; x\neq 2\\ 2a^2+ax & ; x=2\end{cases}$$

$$\dfrac{(x+2)(x-2)}{(x-2)}=x+2$$

$$g(x)=x+2$$

$$g(2)=4$$

$$2a^2+2a=4$$

$$a^2+a-2=0$$

$$(a+2)(a-1)=0 \rightarrow (a=-2)\ (a=1)$$

Scanned with CamScanner