

۲۹

تجزیه و تحلیل / تلفیق عبارات / هم‌رنگی

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & ; x \geq a \\ ax - k & ; x < a \end{cases}$$

از آنجا که $x = a$ در هر دو طرف برابر است، باید در این نقطه نیز برابر باشد. \Rightarrow

$$a^2 + 4a = a^2 - k \Rightarrow a = -k$$

مسئله ۱

$$f(x) = \frac{x^2 + a}{2x - b}$$

$$g(x) = kx + b$$

تقاطع (133)

مسئله ۲

$$\frac{r+a}{k-b} = k+b \Rightarrow 14-b^2 = k+a \Rightarrow 14 - b^2 = 2 + a \Rightarrow a = 12 - b^2$$

$$k+b = 1^0 \Rightarrow b = -1 \quad f(x) = \frac{x^2 + 11}{2x + 1} \Rightarrow f(1) = \frac{12}{2} = 6$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{2x^2 + ax + b}$$

$$D = \mathbb{R} - \{-1, k\} \Rightarrow -1 \neq k \Rightarrow$$

مسئله ۳

$$\text{مخرج صفر} = \frac{-a}{2} = 1^0 \Rightarrow a = -2$$

$$\text{مخرج صفر} = \frac{b}{2} = -1^k \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{2x^2 - 2x - 2} \Rightarrow f(1) = \frac{3}{2-2-2} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - \sqrt{3}}{-2x^2 + ax + b}$$

$$D = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$a+b = ? \quad -1 - k = -1^k \Rightarrow k = 0$$

مسئله ۴

$$\frac{-a}{-1} = -1 \Rightarrow a = 1$$

$$a = -1 \quad \frac{b}{-1} \leq 1 \Rightarrow b \geq -1$$

مخرج صفر

$$f(x) = \frac{kx}{(x-1)(x^2 + mx + 1)}$$

مسئله ۵

$$D = \mathbb{R} - \{1\}$$

مخرج صفر - به دست می آید

۱) در آنجا که مخرج صفر ندارد.

۲) در آنجا که مخرج صفر دارد.

$$(1) \quad x^2 + mx + 1 = 0 \quad \Delta < 0 \quad a > 0$$

$$m^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < m < 2$$

$$(2) \quad \frac{-b}{a} = -m = 1 \Rightarrow m = -1$$

$$(1) \cup (2) = [-2, 2] \Rightarrow m \in [-2, 2]$$

$$f(x) = \sqrt{k - \frac{1}{x^2}}$$

$$D = ? \quad k - \frac{1}{x^2} \geq 0$$

مسئله ۶

$$D_f = (-\infty, -\frac{1}{\sqrt{k}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{k}}, +\infty)$$

$$-\frac{1}{x^2} \geq -k \Rightarrow \frac{1}{x^2} \leq k \Rightarrow 1 \leq kx^2 \Rightarrow x^2 \geq \frac{1}{k} \Rightarrow x \geq \frac{1}{\sqrt{k}} \text{ یا } x \leq -\frac{1}{\sqrt{k}}$$

$$f(x) = \sqrt{mx^2 + kmx + 1}$$

$$D = \mathbb{R} \Rightarrow mx^2 + kmx + 1 \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0$$

$$k^2 m^2 - 4m \leq 0 \Rightarrow m(m-4) \leq 0$$

مسئله ۷

از آنجا که مربع خاص است

$$mx^2 + kmx + 1 \leq 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m^2 = 4m \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 4$$

$$m \in [0, 4]$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{rx^p - 1}{rx - 1} & ; x \neq \frac{1}{r} \\ rx + k & ; x = \frac{1}{r} \end{cases}$$

$$\frac{(rx+1)(rx-1)}{(rx-1)} = rx+1$$

$$g(x) = rx + 1$$

$$a+k = 0 + \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \quad (A)$$

مطلوبه: $r=0$ و $a=1$ و $k=0$ و $g(x) = rx + 1$ و $f(x) = \frac{rx^p - 1}{rx - 1}$

در \mathbb{R} $f(x)$ و $g(x)$ و $a = \frac{1}{r}$ و $R = g(x)$

$$g\left(\frac{1}{r}\right) = 1 + 1 = 2$$

$$f\left(\frac{1}{r}\right) = r + k = 2 \Rightarrow k = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{rx^p - r}{rx + r} & ; x \neq -\frac{r}{r} \\ rax + r & ; x = -\frac{r}{r} \end{cases}$$

$$\frac{(rx-r)(rx+r)}{(rx+r)} = rx - r$$

$$a - b = r - (-r) = 2r \quad (9) \text{ و } (10)$$

$$g(x) = rx + b \rightarrow g(1) = r + b = 1$$

$$g(x) = rx - r$$

$$b = r$$

$$f(1) = r - r = 0 \quad g\left(-\frac{r}{r}\right) = -r - r = -2r$$

$$f\left(-\frac{r}{r}\right) = -ra + r = -r = -2r \Rightarrow a = r$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^p - r}{x - r} & ; x \neq r \\ ra^p + a & ; x = r \end{cases}$$

$$\frac{(x+r)(x-r)}{(x-r)} = x + r$$

$$g(x) = x + r$$

$$g(r) = r$$

(10) و (11)

$$ra^p + ra = r$$

$$a^p + a - r = 0$$

$$(a+r)(a-1) = 0 \Rightarrow a = -r \text{ و } a = 1$$