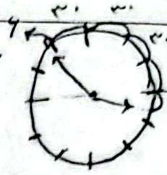
شمارهٔ تکلیف: ۱۹ — کلاس دهم دختر ۲

۱- الف) $۳:۵۴'$



$۵۴ \div ۲ = ۲۷$

$۴ \times ۳۰ + ۶ + ۲۷ = \boxed{۱۵۳}$

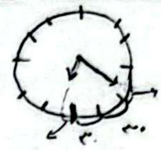
ب) $\alpha = |۵/۵m - ۳۰h|$

$\alpha = |۵/۵ \times ۵۴ - ۳۰ \times ۳| =$

$|۲۹۷ - ۹۰| = \boxed{۲۰۷}$ زاویه بزرگتر

$۳۶۰ - ۲۰۷ = \boxed{۱۵۳}$ زاویه کوچکتر

۲- الف) $۶:۱۸'$



$۳۰ - ۱۸ = ۱۲$

$۱۸ \div ۲ = ۹$

$۶۰ + ۱۲ + ۹ = \boxed{۸۱}$

ب) $\alpha = |۵/۵m - ۳۰h|$

$\alpha = |۵/۵ \times ۱۸ - ۳۰ \times ۶| = |۹۹ - ۱۸۰| = \boxed{۸۱}$

زاویه بزرگتر: $۳۶۰ - ۸۱ = \boxed{۲۷۹}$

۳- الف) $S = \frac{\alpha}{۲} \times R^۲ = \frac{\pi}{۱۲} \times ۹ = \boxed{\frac{۳\pi}{۴}}$

ب) $P = \alpha R + ۲R = \frac{\pi}{۶} \times ۳ + ۲ \times ۳$ (طول کمان)

$= \boxed{\frac{\pi}{۲} + ۶}$

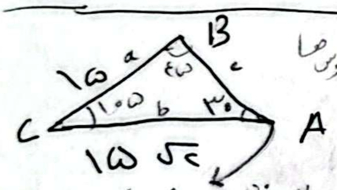
۴- الف) $S = \frac{۱}{۲} ab \sin\theta = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$

ب) $P = a + b + c$

$\overline{BC} = x$ طبق قانون کسینوس‌ها $x = \sqrt{۵^۲ + ۸^۲ - ۲(۸)(۵)(\frac{۱}{۲})}$ ($\cos ۶۰^\circ$)

$\Rightarrow x = \sqrt{۴۹} = ۷ \Rightarrow P = ۵ + ۸ + ۷ = \boxed{۲۰}$

۵-



$\hat{B} + \hat{C} = ۱۵۰ - ۳۰$

$\hat{A} = ۱۸۰ - ۱۵۰ = ۳۰$

طبق قضیه سینوس‌ها $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}}$

$\hat{B}$ حاده

$\frac{۱۵}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱۵\sqrt{۲}}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \hat{B} = ۴۵^\circ \Rightarrow \boxed{\frac{\pi}{۴}}$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰ \Rightarrow \hat{C} = ۱۰۵^\circ \Rightarrow \frac{۱۰۵\pi}{۱۸۰} = \boxed{\frac{۷\pi}{۱۲}}$

۶- $\frac{-\tan\alpha + ۳\tan\alpha}{-\tan\alpha - \tan\alpha} = \frac{۲\tan\alpha}{-۲\tan\alpha} = \boxed{-۱}$

۷- $\frac{۲\tan ۷۵^\circ + \tan ۱۰۵^\circ}{۳\tan ۱۶۵^\circ - \tan ۲۵۵^\circ} = \frac{۲\tan(\frac{\pi}{۲} - ۱۵^\circ) + \tan(\frac{\pi}{۲} + ۱۵^\circ)}{۳\tan(\pi - ۱۵^\circ) - \tan(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵^\circ)}$

$\tan\frac{\pi}{۱۲} = \alpha$

$۱۸۰ \div ۱۲ = ۱۵^\circ$

$\tan ۱۵^\circ \times \cot ۱۵^\circ = ۱$

$\Rightarrow \tan ۱۵^\circ = \frac{۱}{\cot ۱۵^\circ}$ یا $\cot ۱۵^\circ = \frac{۱}{\tan ۱۵^\circ}$

$= \frac{۲\cot ۱۵^\circ - \cot ۱۵^\circ}{-۳\tan ۱۵^\circ - \cot ۱۵^\circ} = \frac{\cot ۱۵^\circ}{-۳\tan ۱۵^\circ - \cot ۱۵^\circ} = \frac{\frac{۱}{a}}{-۳a - \frac{۱}{a}}$

$= \frac{-\frac{۱}{a}}{\frac{۳a^۲ + ۱}{a}} = -\frac{۱}{a} \times \frac{a}{۳a^۲ + ۱}$

$= \boxed{\frac{-۱}{۳a^۲ + ۱}}$

۱- $\tan^2 x$ ؟

$$\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}+\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}=2$$

تقسیم بر $\cos x$ عبارت

$$\frac{\tan x+1}{\tan x-1}+\frac{\tan x-1}{\tan x+1}=\frac{\tan^2 x+1+2\tan x+\tan^2 x+1-2\tan x}{\tan^2 x-1}$$

$$\frac{2\tan^2 x+2}{\tan^2-1}=2$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan^2 x=5}$$

۹- $\tan^2 x$ ؟ $\quad \frac{\sin^2 x-2\cos^2 x+1}{\sin^2 x+2\cos^2 x-1}=4$

(تقسیم بر $\cos^2 x$ کنید)

$$\frac{\tan^2 x-2+\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan^2 x+2-\frac{1}{\cos^2 x}}=\frac{2\tan^2 x-1}{1}=4$$

$$2\tan^2 x=5 \Rightarrow \boxed{\tan^2 x=\frac{5}{2}}$$

۱۰-

الف) $\cos(22.5^\circ)=$

$$\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2} \Rightarrow \frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \cos(22.5^\circ)=\boxed{\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$$

ب) $\sin(67.5^\circ)=$

$67.5^\circ+22.5^\circ=90^\circ \Rightarrow$ متمم‌اند $\Rightarrow$ یکی از زوایا، $\sin$ یکی از زوایا، $\cos$ زاویه دیگر است

$$\sin(67.5^\circ)=\cos(22.5^\circ)=\boxed{\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$$