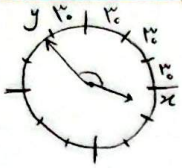
نام و نام خانوادگی: آترین فروتن — جمعه تشریحی تکلیف شماره ۱ — کلاس دهم دختر ۱

سوال ۱)

الف)



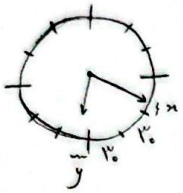
$y = ۱۲۷ = ۲$ $\quad x = \frac{۵۴}{۲} = ۲۷$

$\alpha = ۳۰ + ۳۰ + ۳۰ + ۳۰ + ۲۷ + ۶ = \boxed{۱۵۳^\circ}$

ب) $\alpha = |۱۲\omega M - ۳۰H| \rightarrow |۱۲\omega(۵۴) - ۳۰(۳)| = |۲۹۷ - ۹۰| = ۲۰۷ \rightarrow ۳۶۰ - ۲۰۷ = \boxed{۱۵۳^\circ}$

سوال ۲)

الف)



$y = \frac{۱۸}{۲} = ۹^\circ$ $\quad x = ۲۷۷ = ۱۲^\circ$

$\alpha = ۱۲ + ۳۰ + ۳۰ + ۹ = \boxed{۸۱^\circ}$

ب) $\alpha = |۱۲\omega M - ۳۰H| = |۱۲\omega(۱۸) - ۳۰(۷)| = |۹۹ - ۱۸۰| = \boxed{۸۱^\circ}$ (-۸۱)

سوال ۳)

الف) $S = \frac{\alpha}{۲} R^۲ \rightarrow \frac{\frac{\pi}{۷}}{۲} \times ۳^۲ = \frac{\pi}{۱۴} \times ۹ = \frac{۳\pi}{۴}$

ب) $\text{محیط} = \alpha R + ۲R \rightarrow \frac{\pi}{۷} \times ۳ + ۲ \times ۳ = \frac{\pi}{۲} + ۷$

سوال ۴)

الف) $S = \frac{۱}{۲} AB \times AC \times \sin ۶۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$

ب) $a = \sqrt{b^۲ + c^۲ - ۲bc \cos A} = \sqrt{۸^۲ + ۵^۲ - ۲(۸)(۵)(\frac{۱}{۲})} = \sqrt{۸۹ - ۴۰} = \sqrt{۴۹} = ۷$ $\quad \text{محیط} = ۸ + ۵ + ۷ = \boxed{۲۰}$

سوال ۵)

$\hat{A} = ۱۸۰ - ۱۵۰ = ۳۰^\circ$ $\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \rightarrow \frac{۱۵}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱۵\sqrt{۲}}{\sin B} \rightarrow \sin B = \frac{۱۵\sqrt{۲}}{۳۰} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\sin B = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \hat{B} = ۴۵$ (چون زاویه حاده است)

$\hat{C} = ۱۵۰ - ۴۵ = ۱۰۵$

$\hat{B}: \frac{۴۵}{۱۸۰} = \frac{rad}{\pi} \rightarrow rad = \frac{۴۵\pi}{۱۸۰} = \boxed{\frac{\pi}{۴}}$

$\hat{C}: \frac{۱۰۵}{۱۸۰} = \frac{rad}{\pi} \rightarrow rad = \frac{۱۰۵\pi}{۱۸۰} = \boxed{\frac{۷\pi}{۱۲}}$

سوال ۶)

$$\frac{\tan(\pi - \alpha) + ۲\tan(\pi + \alpha)}{\tan(۲\pi - \alpha) - \tan(۲\pi + \alpha)} = \frac{-\tan\alpha + ۲\tan\alpha}{-\tan\alpha - \tan\alpha} = \frac{۲\tan\alpha}{-۲\tan\alpha} = \boxed{-۱}$$

سوال ۷)

$\frac{rad}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰} \rightarrow \frac{\frac{\pi}{۱۲}}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰} \rightarrow D = \frac{۱۸۰}{۱۲} = ۱۵^\circ$

$$A = \frac{۲\tan(\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۱۲}) + \tan(\frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۱۲})}{۲\tan(\pi - \frac{\pi}{۱۲}) - \tan(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۱۲})} = \frac{۲\overbrace{\cot\frac{\pi}{۱۲}}^{\cot\frac{\pi}{۱۲}} - \cot\frac{\pi}{۱۲}}{-۳\tan\frac{\pi}{۱۲} - \cot\frac{\pi}{۱۲}} = \frac{\frac{۱}{a}}{-۳a - \frac{۱}{a}} = \frac{\frac{۱}{a}}{\frac{-۳a^۲ - ۱}{a}} = \frac{۱}{-۳a^۲ - ۱}$$

سوال ۸)

مخرج مشترک → $\dfrac{(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2}{(\sin x-\cos x)(\sin x+\cos x)} = \dfrac{\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x+\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x}{\sin^2 x-\cos^2 x} =$

$\dfrac{1+1}{\sin^2 x-\cos^2 x} = \dfrac{2}{\sin^2 x-\cos^2 x} \xrightarrow{\div \cos^2 x} \dfrac{\frac{2}{\cos^2 x}}{\tan^2 x-1} = \dfrac{2(1+\tan^2 x)}{\tan^2 x-1} = 3 \longrightarrow 2+2\tan^2 x = 3\tan^2 x - 3$

$\downarrow$

$\tan^2 x = 5$

سوال ۹)

صورت و مخرج را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم → $\dfrac{\tan^2 x-2+\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan^2 x+2-\frac{1}{\cos^2 x}} = \dfrac{\tan^2 x-2+\tan^2 x+1}{\tan^2 x+2-\tan^2 x-1} = 2\tan^2 x-1$

$2\tan^2 x-1=4 \longrightarrow 2\tan^2 x=5 \longrightarrow \tan^2 x=\dfrac{5}{2}=2/5$

سوال ۱۰)

الف) $\cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2} \rightsquigarrow \cos^2(22/5) = \dfrac{1+\cos 45^\circ}{2} = \dfrac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \dfrac{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}{2} = \dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$

$\longrightarrow \cos(22/5^\circ) = \sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}} = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

ب) $\sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$ $\quad \sin^2(67/5) = \dfrac{1-\cos 135^\circ}{2} = \dfrac{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}{2} = \dfrac{2+\sqrt{2}}{4} \longrightarrow \sin(67/5^\circ) = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

ج) از طرف اول می‌توانستیم بگیم $22/5$ و $67/5$ متمم هستند پس $\cos(22/5^\circ) = \sin(67/5^\circ)$