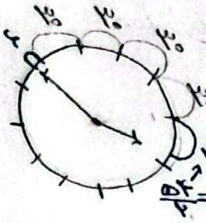
نام و نام خانوادگی . [illegible] .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۹.. کلاس ..دهم [illegible]..........

۱

$3:54'$

الف - رسم شکل :



زاویه‌ی دو عقربه را می‌خواهد.

$M: 4\times 30 + 4 + 27 = 151^\circ$

* هر دقیقه ۶ درجه است.
* میزان انحراف عقربه‌ی ساعت‌شمار نصف میزان دقیقه است. $\frac{54}{2}=27$

ب - $|5{,}5m - 30h|$

$① 5{,}5m - 30h = 5{,}5\times 54 - 30\times 3 = 297 - 90 = 207^\circ$

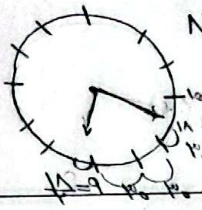
$360 - 207 = 153^\circ$

زاویه‌ی دو عقربه را از هم می‌خواهد.

۲

$4:18'$

الف - رسم شکل :



$M_{min}: 60+9+12 = 81^\circ$

$M_{Max}: 360 - 81 = 279^\circ$

با احتساب از دو ساعت هم جهت $3\times 6 = 18$ می‌شود.

ب - $|5{,}5m - 30h|$

$① 30h - 5{,}5m = 30\times 4 - 5{,}5\times 18 = 180 - 99 = 81^\circ$

$② 360 - 81 = 279^\circ$

هر دو زاویه را از ما خواسته بود.

۳

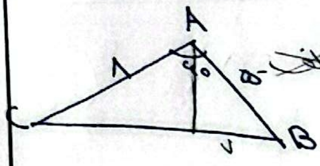
$\alpha = \frac{\pi}{6}$

$R = 3cm$

الف - $S_{قطاع} = \frac{\alpha}{2}R^2 = \frac{\frac{\pi}{6}}{2}\times 3^2 = \frac{\pi}{12}\times 9 = \frac{3\pi}{4}\ cm^2$

ب - $P_{قطاع} = \alpha R + 2R = \frac{\pi}{6}\times 3 + 2\times 3 = \frac{\pi}{2} + 6 = \frac{\pi + 12}{2}\ cm$ (محیط آن)

۴



الف - $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin\alpha = \frac{1}{2}\times 5\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

ب - * هنگامی که دو ضلع و زاویه‌ی بین آنها (α) داده شده برای به دست آوردن ضلع روبه‌رو به α از قضیه‌ی cos‌ها استفاده می‌کنیم.

$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$

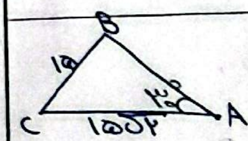
$c = \sqrt{25 + 64 - 2\times 5\times 8\times \frac{1}{2}}$

$= \sqrt{89 - 40} = \sqrt{49} = 7$

$25 + 64 = 89$

$P_{\triangle ABC} = 5 + 7 + 8 = 20$

۵



$\left.\begin{array}{l} B + C = 150^\circ \\ A + B + C = 180 \end{array}\right\} A = 30^\circ$

* استفاده از قضیه‌ی sin‌ها :

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (مقابل اند)

$\frac{15}{\frac{1}{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{\sin B}$ $\quad \sin B = \frac{15\sqrt{2}}{30} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$30 = \frac{15\sqrt{2}}{\sin B}$ چون B حاده است $\rightarrow B = 45^\circ$

$\left.\begin{array}{l} B + C = 150^\circ \\ B = 45^\circ \end{array}\right\} C = 105^\circ$

$B = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

$C = 105^\circ \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ $\quad \frac{105}{180} = \frac{R}{\pi}$ $\rightarrow$ (بر حسب R) $= \frac{7\pi}{12}$

۶

* α را زاویه حاده فرض می‌کنیم.

$$\frac{\tan(\pi-\alpha)+3\tan(\pi+\alpha)}{\tan(2\pi-\alpha)-\tan(2\pi+\alpha)} \to \frac{-\tan(\alpha)+3\tan(\alpha)}{-\tan(\alpha)-\tan(\alpha)} = \frac{2\tan(\alpha)}{-2\tan(\alpha)} = -1$$

۷

$$\tan\frac{\pi}{12}=a \to \frac{D}{180}=\frac{R}{\pi} \to \frac{D}{180}=\frac{\frac{\pi}{12}}{\frac{\pi}{1}} \to \frac{D}{180}=\frac{1}{12} \to D=15^\circ$$

$\tan 15^\circ = a$, $\cot 15^\circ = \frac{1}{a}$

$$A=\frac{2\tan 75^\circ+\tan 105^\circ}{3\tan 165^\circ-\tan 255^\circ}=\frac{2\cot 15^\circ-\cot 15^\circ}{-3\tan 15^\circ-\cot 15^\circ}=\frac{\cot 15^\circ}{-3\tan 15^\circ-\cot 15^\circ}=$$

$\tan 75^\circ=\tan(\frac{\pi}{2}-15^\circ)=+\cot 15^\circ$

$\tan 105^\circ=\tan(\frac{\pi}{2}+15^\circ)=-\cot 15^\circ$

$\tan 165^\circ=\tan(\pi-15^\circ)=-\tan 15^\circ$

$\tan 255^\circ=\tan(\frac{3\pi}{2}-15^\circ)=+\cot 15^\circ$

$$\frac{\frac{1}{a}}{-3a-\frac{1}{a}}=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{-3a^2-1}{a}}=\frac{-1}{3a^2+1}$$

۸

$$\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}+\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}=3 \qquad \tan^2 x = ?$$

مخرج مشترک — اتحاد مزدوج

$$\frac{(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2}{\sin^2x-\cos^2x}=$$

$$\frac{\sin^2x+\cos^2x+2\sin x\cos x+\sin^2x+\cos^2x-2\sin x\cos x}{\sin^2x-\cos^2x}=3$$

$$\frac{2}{\sin^2x-\cos^2x}=3 \qquad \sin^2x-\cos^2x=\frac{2}{3}$$

* $\cos^2x=1-\sin^2x$

$\sin^2x+\sin^2x-1=\frac{2}{3}$

$2\sin^2x=\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

$\sin^2x=\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$

* $\sin^2x+\cos^2x=1$

$\cos^2x=\frac{1}{6}$

$\tan^2x=\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}}=5$

۹

$$\frac{\sin^2x-2\cos^2x+1}{\sin^2x+2\cos^2x-1}=4$$

* $\sin^2x=1-\cos^2x$

$$=4 \quad \frac{1-\cos^2x-2\cos^2x+1}{1-\cos^2x+2\cos^2x-1}=$$

$$\frac{2-3\cos^2x}{\cos^2x}=4$$

$2-3\cos^2x=4\cos^2x$

$7\cos^2x=2$

$\cos^2x=\frac{2}{7}$

* $\sin^2x+\cos^2x=1$

$\sin^2x=\frac{5}{7}$

$\tan^2x=\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=\frac{\frac{5}{7}}{\frac{2}{7}}=\frac{5}{2}=2/5$

۱۰

برای حل این سوال باید از فرمول های طلایی استفاده کنیم.

$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

الف − $\cos(22/5^\circ)=$

$\cos^2(22/5^\circ)=\frac{1+\cos 45^\circ}{2}$

$=\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{\frac{\sqrt{2}+2}{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}+2}{4}$

$\to \cos(22/5^\circ)=+\frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$

← حاده است (ربع اول)

ب − $\sin(67/5^\circ)$

$67/5 + 22/5 = 90$

حاصل $\frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$

* ۶۷/۵° و ۲۲/۵° متمم یکدیگرند. sin یکی با cos دیگری برابر است، پس