نام و نام خانوادگی ...آرمین مجلسی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۷... کلاس ...۴...

۱

$\{۱\}, \{۲,۳,۴\}, \{۵,۶,۷,۸,۹\}$

$\downarrow ۱^۲$ (پایان) $\quad \downarrow ۲^۲ \quad \downarrow ۳^۲$

شروع دسته نهم — ختم دسته نهم

$$\frac{(۸^۲+۱)+۹^۲}{۲} = \frac{۶۵+۸۱}{۲} = \frac{۱۴۶}{۲} = ۷۳$$

۲

$\{۱,۲,۳\}, \{۴,\dots,۱۲\}, \{۱۳,\dots,۳۹\}, \{۴۰,\dots,۱۲۰\}, \{۱۲۱,\dots,۳۶۳\}$

$$\frac{۱۲۱+۳۶۳}{۲} = \frac{۴۸۴}{۲} = ۲۴۲$$

۳

$$a_۰+a_۱+\dots a_۹ = ۱+۴+(a+۱)+۲+۲+(a+۱)+۴+۰+a+۳+۸ = ۹$$

$$a=-۲$$

$$a_n = \left[\frac{n}{n+۲}\right]+a \longrightarrow -۱+(-۱)+\dots+۰ = \boxed{-۲}$$

۴

$t_n = an^۲+bn+c$

$t_۵ = ۱۴$

$a = \frac{۱}{۷۰}(-۱۴) = -\frac{۱}{۵} \Rightarrow t_n = -\frac{۱}{۵}n^۲+bn+c$

$$\begin{cases} t_۵ = ۱۴ \\ t_۷ = ۱۷/۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{۱}{۵}(۵)^۲+۵b+c = ۱۴ \\ \underbrace{-\frac{۱}{۵}(۷)^۲}_{-۹/۸}+۷b+c = ۱۷/۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۵b+c=۱۹ \\ ۷b+c=۲۷ \end{cases}$$

$۲b = ۸$

$b = ۴ \quad c = -۱$

$t_n = -\frac{۱}{۵}n^۲+۴n-۱$

$$\frac{a_{۱۵}}{a_۱} = \frac{-\frac{۱}{۵}(۲۲۵)+۶۰-۱}{-\frac{۱}{۵}+۴-۱} = \frac{-۴۵+۶۰-۱}{\frac{۱۴}{۵}} = \frac{۱۴}{\frac{۱۴}{۵}} = ۵$$

۵

$t_n = t_۱+(n-۱)d$

$a_n = an+b$

$$\begin{cases} t_۴ = a_۲ \\ t_۸ = a_۷ \end{cases}$$

$\downarrow$

$$\begin{cases} t_۱+۳d = ۲a+b \\ t_۱+۷d = ۷a+b \end{cases} \longrightarrow ۴d = ۵a \rightarrow a = \frac{۴}{۵}d \star$$

$a_{۱۰} = ۰$

$۱۰a+b=۰ \longrightarrow b=-۱۰a \xrightarrow{\star} b = -۱۰\times\frac{۴}{۵}d = -۸d$

$a_{۱۵} = ۱۵a+b \xrightarrow{a=\frac{۴}{۵}d,\ b=-۸d} a_{۱۵} = ۱۵\left(\frac{۴}{۵}d\right)-۸d$

$\Rightarrow a_{۱۵} = ۱۲d-۸d = ۴d$

۶

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$4a_2^2 = 5a_1a + 2a_2d$

$4(a+d)^2 = 5(a+2d)a + 2(a+d)a$

$4(a^2+2ad+d^2) = 5a^2+10ad+2a^2+2ad$

$4a^2+12ad+4d^2 = 8a^2+12ad$

$2a^2+ad-4d^2=0 \longrightarrow 2a^2+d(a)-4d^2=0$

$a = \frac{-d \pm \sqrt{d^2-4(2)(-4d^2)}}{2\times 2} = \frac{-d \pm \sqrt{49d^2}}{4}$

$= \frac{-d \pm 7d}{4} \Longrightarrow \begin{cases} a = \frac{-d+7d}{4} = \frac{6d}{4} = 1/5d \\ a = \frac{-d-7d}{4} = \frac{-8d}{4} = -2d \end{cases}$

$\frac{a_5}{d} = \frac{a_1+4d}{d} = \begin{cases} \frac{1/5d+4d}{d} = 5/5 \\ \frac{-2d+4d}{d} = 1 \end{cases}$

۷

$b = a_1 + d \;,\; c = a_1 + 2d \Longrightarrow b = \frac{a+c}{2}$

$\frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{a}{2}} \Longrightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{bc}{2}$

$a^2 = \frac{a+c}{2}c \Longrightarrow 2a^2 = ac+c^2 \Longrightarrow c^2+ac-2a^2=0$

$c = \frac{-a \pm \sqrt{a^2+8a^2}}{2} = \frac{-a \pm 3a}{2}$

$c = -2a$

$b = \frac{a+c}{2} = \frac{a-2a}{2} = -\frac{a}{2}$

$b, \frac{a}{2}, \frac{c}{2} = -\frac{a}{4}, \frac{a}{2}, -\frac{a}{2}$

$r = \frac{\frac{a}{2}}{-\frac{a}{4}} = -1$

$x = 4(-1) = -2$

۸

$2a-c = 2b-2a \Longrightarrow 4a-c = 2b$

$b = ar \quad c = ar^2$

$4-2r = 2r$

$r^2+2r-4=0$

$r = -2$

$a_n = ar^{n-1}$

$\frac{a_9}{a_4} = \frac{ar^8}{ar^3} = r^5 = (-2)^5 = -32$

۹

$\frac{a_4}{a_2^3} + \frac{a_2}{a^2} = 2 \Longrightarrow \frac{ar^3}{(ar)^3} + \frac{ar}{a^2} = 2 \Longrightarrow \frac{2^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2$

$\frac{r}{a} = t$

$t^2+t=2 \Longrightarrow t^2+t-2=0$

$\begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{r}{a}=1 \\ \frac{r}{a}=-2 \end{cases}$

$\frac{a^2}{a_2} = \frac{a^2}{ar} = \frac{a}{r} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{a}{r} = \frac{1}{t_1} = 1 \\ \frac{a}{r} = \frac{1}{t_2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

۱۰

$a_2 = \sqrt{a_4} \Longrightarrow a_1r = \sqrt{a_1r^3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a_1^2r^2 = a_1r^3 \xrightarrow{\div a_1r^3} a_1r = 1 \quad \bigstar_1$

$a_5 = 27 \Longrightarrow a_1r^4 = 27 \quad \bigstar_2$

$\frac{\bigstar_2}{\bigstar_1} = \frac{a_1r^4}{a_1r} = \frac{27}{1} \longrightarrow r^3 = 27 \longrightarrow r = 3$

$\xrightarrow{a_1r=1} a_1 \times 3 = 1 \longrightarrow a_1 = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2} - a_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{6}}$