Date : / / الینا منیربانی

1) $\underbrace{\{۱\}}_{a_۱}, \underbrace{\{۲, ۳, ۴\}}_{a_۲}, \dots$ $a_۹ = \{\overset{۶۵}{\nearrow}\dots, ۸۱\}$ $\frac{۶۵+۸۱}{۲} = ۷۳$

$a_۸ = \{\dots, ۶۴\}$

---

2) $\{۱, ۲, ۳\}$ $\{۴, ۵, \dots, ۱۲\}$ $\{۱۳, \dots, ۳۹\}$ $\{۴۰, \dots, ۱۲۰\}$

$\{۱۲۱, \dots, ۳۶۳\}$ دسته‌ی پنجم $\frac{۱۲۱ + ۳۶۳}{۲} = ۲۴۲$

---

3) $$a_n = \begin{cases} ۲^k & ; n = ۳k \\ -۲k + ۴ & ; n = ۳k+۱ \\ \left[\frac{n}{k+۲}\right] + a & ; n = ۳k+۲ \end{cases}$$

$a_۱ = ۴$ $a_۲ = ۱+a$ $a_۳ = ۲$ $a_۴ = ۲$ $a_۵ = ۱+a$

$a_۰ = ۱$ $a_۶ = ۴$ $a_۷ = ۰$ $a_۸ = ۲+a$ $a_۹ = ۸$ ~~[illegible]~~

$۲۵ + ۳a = ۱۹ \longrightarrow a = -۲$

$۱۰a + \{۱ + ۱ + \underbrace{۲ + ۲ + \dots + ۲}_{۸\text{ تا}}\} = ۱۸ + ۱۰ \times (-۲) = -۲$

4) $a_۵ = ۱۴$ $a_۷ = ۱۷,۲$ $a_n = \frac{-1}{۵}n^۲ + bn + c$

$\frac{-1}{۵}\times ۲۵ + ۵b + c = ۱۴$ $-۴,۸ + ۲b = ۳,۲$ $b = ۰,۸$

$\frac{-1}{۵}\times ۴۹ + ۷b + c = ۱۷,۲$ $-۵ + ۴ + c = ۱۴$ $c = ۱۵$

$$\frac{\frac{-1}{۵}\times ۱۵\times ۱۵ + ۰,۸\times ۱۵ + ۱۵}{\frac{-1}{۵}\times ۱\times ۱ + ۰,۸\times ۱ + ۱۵} = \frac{-۴۵ + ۱۲ + ۱۵}{-۰,۲ + ۰,۸ + ۱۵} = \frac{-۱۸}{۱۵,۶} = \frac{-۳}{۲,۶}$$

---

5) $a_۴ = b_۲$ $a_۸ = b_۷$ $b_{۱۰} = ۰$ $b_n = kn + t$ $۱۰k + t = ۰$

$۵k = ۴d$ $k = \frac{۴}{۵}d$ $t = -۱۰k$ $b_{۱۵} = ۱۵\times\frac{۴}{۵}d - ۱۰\times\frac{۴}{۵}d$

$b_{۱۵} = ۱۲d - ۸d = ۴d$ $\frac{b_{۱۵}}{d} = ۴$

---

6) $۶a_۲^۲ = ۵a_۳a + ۳a_۲a$ $۶(a+d)^۲ = ۵(a+۲d)a + ۳(a+d)a$

$۶(a^۲ + ۲ad + d^۲) = ۵a^۲ + ۱۰ad + ۳a^۲ + ۳ad$ $\frac{a+۳d}{d}$?

$۲a^۲ + ad - ۶d^۲ = ۰$ $a = \frac{-d \pm \sqrt{۴۹d^۲}}{۲\times ۲} = \frac{\pm ۷d - d}{۴}$, $-۲d \rightarrow \frac{a_۴}{d} = ۱$

$\frac{۳}{۲}d \rightarrow \frac{a_۴}{d} = ۴,۵$

۱ یا ۴,۵

7) $a+c=۲b$ $\frac{bc}{٤}=\frac{a^۲}{٤}$ $a^۲=bc$

$\frac{c}{٤}=q(\frac{a}{۲}) \to c=۲qa$ $b=q(\frac{c}{۴}) \to b=\frac{qc}{۴}=\frac{q(۲qa)}{۴}$

$b=\frac{q^۲a}{۲}=\frac{a+c}{۲}=\frac{a+۲qa}{۲}$ $\frac{۲q+۱}{۲}=\frac{q^۲}{۲} \to q^۲=۲q+۱$

$q^۲-۲q-۱=۰ \to q=۱\pm\sqrt{۲}$ $۲q=۲\pm۲\sqrt{۲}$

---

8) $ac=b^۲$ $۳b+c=۴a$ $\frac{aq^۸}{aq^۵}=q^۳ ?$ $=-۶٤$ ی ۱

$b=aq$ $c=aq^۲$

$۴a=۳aq+aq^۲$ $q^۲+۳q-۴=۰$ $q=-۴$ $q=۱$

---

9) $\frac{a_۶}{(a_۲)^۳}+\frac{a_۲}{(a_۱)^۲}=۲$ $\frac{aq^۵}{a^۳q^۳}+\frac{aq}{\cancel{aq}\,a^۲}=۲$ $\frac{a^۲}{aq}=\frac{a}{q} ?$

$\frac{q^۲}{a^۲}+\frac{q}{a}=۲$ $\frac{q}{a}=t$ $t^۲+t-۲=۰$ $t=-۲$ $t=۱$

$\frac{a}{q}=۱$ $\frac{a}{q}=\frac{-۱}{۲}$

---

10) $aq^۲=\sqrt{aq^۳}$ $aq^٤=۲۷$ $a^۲q^۴=aq^۳$ $aq=۱$

$\to q^۳=۲۷ \to q=۳ \to a=\frac{۱}{۳}$ $\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}=\boxed{\frac{۱}{۶}}$