سوال ۱)

دسته نهم : $\{۸^۲+۱, \dots, ۹^۲\} \to ۷۵, ۸۱$ — میانگین حسابی $\to \frac{a+c}{۲} = b \to b = \frac{۷۵+۸۱}{۲} = \underline{۷۳}$ — (a,b,c)

سوال ۲)

$\{۱,۲,۳\}, \{۴,۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲\}, \{۱۳, \dots, ۳۹\}, \{۴۰, \dots, ۱۲۰\}, \{۱۲۱, \dots, ۳۴۳\}$

میانگین اعضای دسته ۵ : $\frac{۱۲۱+۳۴۳}{۲} = \underline{۲۲۲}$

سوال ۳)

$n=۳K \longrightarrow a_۰ = ۲^۰ = ۱$, $a_۳ = ۲^۱ = ۲$, $a_۶ = ۲^۲ = ۴$, $a_۹ = ۲^۳ = ۸$

$n=۳K+۱ \longrightarrow a_۱ = -۲(۰)+۴ = ۴$, $a_۴ = -۲(۱)+۴ = ۲$, $a_۷ = -۲(۲)+۴ = ۰$

$n=۳K+۲ \longrightarrow a_۲ = \left[\frac{۲}{۰+۲}\right]+a = ۱+a$, $a_۵ = \left[\frac{۵}{۱+۲}\right]+a = ۱+a$, $a_۸ = \left[\frac{۸}{۲+۲}\right]+a = ۲+a$

مجموع : $۱+۲+۴+۸+۴+۲+۱+a+۱+a+۲+a = ۲۵+۳a \to ۲۵+۳a = ۱۹ \to ۳a = -۶ \to a = -۲$

$a_۲ + a_۵ + a_۸ + \dots + a_{۲۹} \Rightarrow \left[\frac{۳K+۲}{K+۲} - ۲\right] = \left[\frac{۳K+۲-۲K-۴}{K+۲}\right] = \left[\frac{K-۲}{K+۲}\right]$

$K=۰ \to -۱$, $K=۱ \to -۱$, $K \geq ۲ \to ۰$ (صورت کوچک‌تر منفی / مخرج بزرگ‌تر مثبت)

$(-۱)+(-۱)+۰+۰+\dots+۰ = \underline{-۲}$

سوال ۴)

ترم کلی : $an^۲+bn+c \to a = \frac{۱}{۷۰} \times (-۱۴) = -\frac{۱}{۵}$

$$\begin{cases} ۴۹a+۷b+c = ۱۷,۲ \\ ۲۵a+۵b+c = ۱۴ \end{cases} \Rightarrow ۲۴a+۲b = ۳,۲ \Rightarrow -\frac{۲۴}{۵} + ۲b = ۳,۲ \to ۲b = ۸ \to b = ۴$$

$-۴,۸$

$\frac{۲۵}{۵} \times \left(-\frac{۱}{۵}\right) + \frac{۵}{۲۰} \times ۴ + c = ۱۴ \to -۵ + ۱ + c = ۱۴ \to c = ۱۸$

$$\frac{a_{۱۵}}{a_۱} = \frac{۱۵^۲ \times \left(-\frac{۱}{۵}\right) + ۱۵ \times ۴ + (-۱)}{۱ \times \left(-\frac{۱}{۵}\right) + ۱ \times ۴ + (-۱)} = \frac{۱۴}{\frac{۱۴}{۵}} = \underline{۵}$$

سوال ۵)

قدر نسبت حسابی $a_۴ = b_۲$ — الگو خطی $a_۸ = b_۷$

$$\begin{cases} a+۳d_A = b+d_B \\ a-b = d_B - ۳d_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+۷d_A = b+۶d_B \\ a-b = ۶d_B - ۷d_A \end{cases} \Rightarrow d_B - ۳d_A = ۶d_B - ۷d_A$$

$$۴d_A = ۵d_B \to \frac{۴}{۵} d_A = d_B$$

$$b_{۱۰} = b+۹d_B = ۰ \to b = -۹d_B \Rightarrow -۹\left(\frac{۴}{۵} d_A\right) = -\frac{۳۶}{۵} d_A$$

$$b_{۱۵} = b+۱۴d_B \to -\frac{۳۶}{۵} d_A + ۱۴\left(\frac{۴}{۵} d_A\right) = ۴d_A \longrightarrow \frac{۴d_A}{d_A} = \underline{۴}$$

سوال ۶)

$$۹a_۲^۲ - ۳a_۲a = ۵a_۳a \rightarrow ۳a_۲(۲a_۲ - a) = ۵a_۳a \rightarrow ۳a_۲(\underbrace{a+۲d}_{a_۳}) = ۵a_۳a \rightarrow ۳(a+d) = ۵a$$

$$۳d = ۲a \rightarrow a = \frac{۳}{۲}d$$

$$\frac{a_۴}{d} = \frac{a+۳d}{d} = \frac{\frac{۳}{۲}d + ۳d}{d} = \frac{۴/۵d}{d} = \underline{۴/۵}$$

سوال ۷)

$a, b, c \rightarrow a, \underbrace{a+d}_{b}, \underbrace{a+۲d}_{c}$ $\qquad$ $b, \frac{a}{۲}, \frac{c}{۴} \rightarrow a+d, \frac{a}{۲}, \frac{a+۲d}{۴}$

واسط هندسی : $(\frac{a}{۲})^۲ = (a+d)(\frac{a+۲d}{۴}) \rightarrow \frac{a^۲}{۴} = \frac{a^۲+۳ad+۲d^۲}{۴} \rightarrow ۳ad+۲d^۲ = ۰ \rightarrow \underbrace{d}_{\text{چون لفت تمایز صفر نیست}}(۳a+d) = ۰ \rightarrow ۳a+d = ۰$

$d = -۳a$

$$q = \frac{\frac{a}{۲}}{\underbrace{a+d}_{-۲a}} = \frac{a}{۲(a+۲d)} = \frac{a}{۲a-۴a} = \frac{۱}{-۴} \rightarrow ۲q = ۲\times(-\frac{۱}{۴}) = \underline{-\frac{۱}{۲}}$$

سوال ۸)

$a, b, c \rightarrow a, \underbrace{aq}_{b}, \underbrace{aq^۲}_{c}$ $\qquad$ $۳b, ۲a, c \rightarrow ۳aq, ۲a, aq^۲$

واسط حسابی $\Rightarrow ۲a = \frac{۳aq+aq^۲}{۲} \rightarrow ۴a = aq(۳+q) \rightarrow q^۲+۳q-۴ = ۰ \rightarrow (q-۱)(q+۴) = ۰ \begin{cases} q = -۴ \\ q = ۱ \text{ (غلط، تمایز)} \end{cases}$

$$\frac{a_۹}{a_۹} = \frac{aq^۸}{aq^۳} = q^۳ \rightarrow (-۴)^۳ = \underline{-۶۴}$$

سوال ۹)

$$\frac{aq^۳}{a^۲q^۲} + \frac{aq}{a^۲} = ۲ \rightarrow \frac{q^۲}{a^۲} + \frac{q}{a} = ۲ \rightarrow (\frac{q}{a})^۲ + \frac{q}{a} - ۲ = ۰ \rightarrow (\frac{q}{a}-۲)(\frac{q}{a}+۱) = ۰$$

$\frac{q}{a}$ $\begin{cases} ۲ \\ -۱ \end{cases}$ $\qquad$ $\frac{a^۲}{aq} = \frac{a}{q} \rightarrow$ معکوس $\frac{q}{a} = \frac{۱}{۲}, -۱$

سوال ۱۰)

$$\sqrt{a_۴} = a_۳ \rightarrow \sqrt{aq^۳} = aq^۲ \xrightarrow[\text{می‌شناسیم}]{\text{به‌طرفین ۲}} aq^۳ = a^۲q^۴ \rightarrow aq = ۱$$

$$a_۵ = aq^۴ = ۲۷ \rightarrow \frac{aq^۴}{aq} = ۲۷ \rightarrow q^۳ = ۲۷ \rightarrow q = ۳$$

جمله اول $= a \rightarrow \frac{aq}{q} = \frac{۱}{۳}$

$$\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳} = \frac{۳-۲}{۶} = \underline{\frac{۱}{۶}}$$