DATE / / Subject:

علیا توکلیان

۱- عدد آخر دسته نهم $= 9^2 = 81$

اولین عدد $\Rightarrow 8^2 = 64 + 1 = 65$ $\qquad \frac{81+65}{2} = 73$

۲-

بزرگترین $= 3n$

کوچکترین n

دسته n $= \{n, n+1, n+2, \ldots + 3n\}$

$a_n = \frac{3^n - 1}{2}$ → شروع دسته → {۱} و {۲و۳و۴} و {۵و۶و۷و۸و۹و۱۰و۱۱و۱۲و۱۳} و {۱۴و ... و۳۹} و {۴۰و ... و۱۲۰} [illegible] {۱۲۱، ... و۳۶۳} [illegible]

میانگین $= \frac{a_n + 3a_n}{2} = 2a_n$

$a_5 = \frac{3^5 - 1}{2} = 121$ → شروع ۲ پایان → $3a_5 = 363$

میانگین $= \frac{121 + 363}{2} = \boxed{242}$

Arman

-٣

$a_1 = ٤$ $\quad a_2 = a+1$ $\quad a_3 = ٢$

$a_4 = ٢$ $\quad a_5 = a+1$ $\quad a_6 = ٢ = ١٩$

$a_7 = ٥$ $\quad a_8 = a+٢$ $\quad a_9 = ١$

$\boxed{a = -٢}$

$$\left[\frac{n}{k+٢}\right] + a \xrightarrow{n = ٢k+٢} \left[\frac{k-٢}{k+٢}\right]$$

$a \downarrow -٢$

$$\sum_{k=0}^{٩} \left[\frac{k-٢}{k+٢}\right] = -١ -١ + ٠ + \cdots + ٠ = \boxed{-٢}$$

DATE / / Subject:

۴-

$a_n = an^2 + bn + c$

$a = \frac{1}{۷۰} \times (-a_۵) = \frac{-۱۴}{۷۰} = \frac{-۱}{۵}$

$\frac{-۱}{۵} \times ۲۵ + ۵b + c = ۱۴ \Rightarrow -۵ + ۵b + c = ۱۴$

$۵b + c = ۱۹$

$\frac{-۱}{۵} \times ۴۹ + ۷b + c = ۱۷,۲ \Rightarrow -۹,۸ + ۷b + c = ۱۷,۲$

$۷b + c = ۲۷$

$۷b + c = ۲۷$

$- \quad ۵b + c = ۱۹$

$۲b = ۸ \quad b = ۴ \quad , \quad c = -۱$

$a_n = \frac{-۱}{۵} n^2 + ۴n - ۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{-۱}{۵} + ۴ - ۱ = \frac{۱۴}{۵}$

(۲,۸)

$a_{۱۵} = \frac{-۱}{۵} \times ۲۲۵ + ۴ \times ۱۵ - ۱ = ۱۴$

$\frac{۱۴}{\frac{۱۴}{۵}} = \boxed{۵}$

۵- الگوی خطی

$a_۴ = a_۱ + ۳d \qquad t_{۱۰} = ۱۰\alpha + \beta = ۰$

$a_۸ = a_۱ + ۷d \qquad b = -۱۰\alpha \Rightarrow t_n = \alpha n - ۱۰\alpha$

$\alpha (n - ۱۰)$

$a_۴ = t_۲ = \alpha (۲ - ۱۰) = -۸\alpha = a_۱ + ۳d$

$a_۱ + ۷d = \underbrace{\alpha (۷ - ۱۰)}_{-۳\alpha}$

ادامه ۵

$(a_1 + ۷d) - (a_1 + ۳d) = (۱۳\alpha) - (۸\alpha)$

$۴d = ۵\alpha \Rightarrow d = \frac{۵}{۴}\alpha$

$t_{۱۵} = \alpha(۱۵ - ۱۰) = ۵\alpha \qquad \frac{a_{۱۵}}{d} = \frac{۵\alpha}{\frac{۵}{۴}\alpha} = \boxed{۴}$

$b \to h \qquad c \to b + d \qquad a \to b + d$

۶ -

$۴(a+d)^۲ = ۵(a+۲d)a + ۳(a+d)a$

$۴a^۲ + ۸ad + ۴d^۲ = ۵a^۲ + ۱۰ad + ۳a^۲ + ۳ad$

$\Rightarrow ۴a^۲ - ۴d^۲ + ad = ۰ \Rightarrow ۴a^۲ + ad - ۴d^۲$

$a^۲ + ۲ad$ [illegible] $= ۰ \Rightarrow (a+۲d)(۴a+۳d)$

$a = -۲d \qquad \frac{a_۶}{d} = ۱$

$a = \frac{۳}{۴} d \qquad \frac{a_۶}{d} = \frac{۶}{۲} d$

۷-

$b \to b$ ، $c \to b+d$ ، $a \to b-d$

b ، $\frac{۱}{۲}(b-d)$ ، $\frac{۱}{۴}(b+d)$

$\Rightarrow \frac{۱}{۴}(b-d)^{۲} = b^{۲} \times \frac{۱}{۴}(b+d)^{۲} \Rightarrow b^{۲} - ۲bd + d^{۲} =$

$b^{۲} + bd \Rightarrow d^{۲} - ۳bd = ۰$

$d(d - ۳b) = ۰ \Rightarrow d = ۰$

$\Rightarrow d = ۳b$

$\Rightarrow b$ ، $\frac{۱}{۲}(b - ۳b)$ ، $\frac{۱}{۴}(b + ۳b) \Rightarrow b$ ، $-b$ ، b

$r = -۱ \Rightarrow ۲x - ۱ = \boxed{-۲}$

8-

$a \; , \; b \; , \; c$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$a \quad ar \quad ar^2$

$c \; , \; 2a \; , \; 3b \implies 3b + c = 4a$

$3ar + ar^2 = 4a$

$ar(r+3) = 4a$

$r^2 + 3r - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25 \qquad r = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} =$

$\dfrac{a_9}{a_6} = \dfrac{ar^8}{ar^5} = r^3 \implies 1^3 \; , \; (-4)^3$

$\boxed{1} \qquad \boxed{-64}$

$\boxed{1 \; , \; -4}$

9-

$\dfrac{ar^5}{a^2 r^3} + \dfrac{ar}{a^2} = 2 \implies \dfrac{r^2}{a^2} + \dfrac{r}{a} = 2$

$\dfrac{r}{a} = x \qquad x^2 + x = 2$

$x^2 + x - 2 = 0 \; \begin{cases} x = 1 = \dfrac{r}{a} \to a = r \\ x = -2 = \dfrac{r}{a} \to r = -2a \end{cases}$

$\dfrac{a^2}{ar} = \dfrac{a}{r} \; \begin{cases} \to \dfrac{a}{-2a} = \boxed{-\dfrac{1}{2}} \\ \to \dfrac{a}{a} = \boxed{1} \end{cases}$

DATE / / Subject:

١٠ـ

$a_٣ = \sqrt{a_٤} \Rightarrow a_٣^٢ = a_٤$

$a^٢ r^٤ = a r^٣ \Rightarrow a r = ١$

$a_٥ = ٢٧ = a r^٤ = \underbrace{a r}_{١} \times r^٣$

$١ \times r^٣ = ٢٧ \qquad r = ٣ \text{ و } a = \frac{١}{٣}$

$\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} = \boxed{\frac{١}{٦}}$