فاطمه حکیم الهی — به نام خدا — دهم ریاضی دخترانه

C

سوال ۱)

الف) $\frac{۲۷}{۱۸۰} = \frac{?}{\pi} \Rightarrow ? = \frac{۲۷\pi}{۱۸۰} = \frac{۳\pi}{۲۰}$ رادیان

ب) $\frac{۱۱۵}{۱۸۰} = \frac{?}{\pi} \rightarrow \frac{۱۱۵\pi}{۱۸۰} = \frac{۲۳\pi}{۳۶}$ رادیان ✓۲

ج) $\frac{\frac{۵\pi}{۱۲}}{\pi} = \frac{\square}{۱۸۰} \rightarrow \frac{۱۵}{۱۸۰ \times ۵} = \frac{}{۱۱} = ۷۵^\circ$

د) $\frac{\frac{۴\pi}{۹}}{\pi} = \frac{\square}{۱۸۰} \rightarrow \frac{۱۸۰ \times ۴}{۹} = ۸۰^\circ$

سوال ۲)

$\frac{\frac{۵\pi}{۸}}{\pi} = \frac{\square}{۱۸۰} \rightarrow \frac{۱۸۰a}{۸} = \frac{۲۵a}{۲}$ درجه

$\frac{\frac{۳۵a}{۹}}{\pi} = \frac{\square}{۱۸۰} \rightarrow \frac{۱۸۰ \times ۵a}{۲ \times ۹} = \frac{۲۵a}{۲}$ درجه

✓۲

$۱۰a + \frac{۲۵a}{۲} + \frac{۲۵a}{۲} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \frac{۹۰a}{۲} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow a = ۴^\circ$

سوال ۳)

الف) $\cos ۷۰^\circ \cos ۲۰^\circ - \sin ۷۰^\circ \sin ۲۰^\circ - \tan ۴۵^\circ + ۲\cot ۴۵^\circ$

$\frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۲} - ۱ + ۲ \times ۱ = ۱$

$\frac{\sqrt{۳}}{۴} - \frac{\sqrt{۳}}{۴} = ۰$

✓۲

ب) $\frac{\tan^۲ ۲۰^\circ + \tan^۲ ۴۵^\circ + \tan^۲ ۷۰^\circ}{\cot ۲۰^\circ - \cot ۷۰^\circ} = \frac{\frac{۳}{۹} + ۱ + ۳}{\sqrt{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۳}} = \frac{\frac{۳۹}{۹}}{\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}} = \frac{۱۳}{۶\sqrt{۳}} \times \sqrt{۳} = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{۶}$

$\tan ۲۰^\circ = \frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \cot ۲۰^\circ = \frac{۳}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۳}$ $\quad \tan ۴۵^\circ = ۱$

$\tan ۷۰^\circ = \frac{\sin ۷۰^\circ}{\cos ۷۰^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳} \Rightarrow \cot ۷۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

سوال ۴)

$-\sin ۲۰^\circ \cos ۷۰^\circ + \cos ۲۰^\circ \sin ۷۰^\circ = \sin^۲ \theta$

$-\frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۴} = \sin^۲ \theta = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

θ ق ق چون زاویه حاده است

$\sin^۲ \theta + \cos^۲ \theta = ۱ \Rightarrow \frac{۲}{۴} + \cos^۲ \theta = ۱$

$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ق ق است $+ \cos \theta$ فقط ← چون تند است

$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = ۱$

✓۲

سوال ۵)

$\frac{۲\tan ۲۰^\circ (۱ - \tan^۲ ۲۰^\circ)}{(۱ - \cot^۲ ۷۰^\circ)^۲} = \tan \theta$

$\tan ۲۰^\circ = \frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

$\cot ۷۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

$\frac{۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۳} (۱ - \frac{۳}{۹})}{(۱ - \frac{۳}{۹})^۲} = \frac{\frac{۲\sqrt{۳}}{۳} \times \frac{۶}{۹}}{\frac{۶ \times ۶}{۹ \times ۹}} = \frac{۴\sqrt{۳} \times ۹}{۳ \times ۶} = \sqrt{۳} = \tan \theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳}$

✓۲

θ زاویه حاده است.

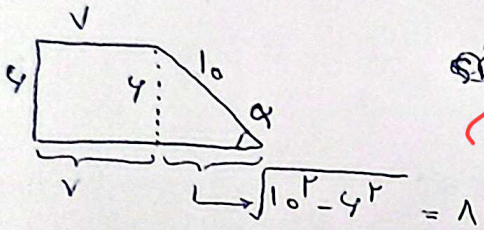
$$\frac{2\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta - 4\cos\theta} = A$$

$$A\sin\theta - 4A\cos\theta = 2\sin\theta - \cos\theta \Rightarrow$$

$$\cos\theta(1-4A) = \sin\theta(2-A) \Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1-4A}{2-A} = 5 \Rightarrow$$

$$10 - 5A = 1 - 4A \Rightarrow \boxed{13 = A}$$ ✓

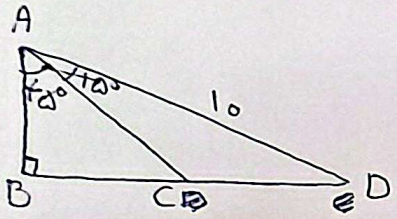
سوال ۷)



$$\sin\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{6}{10}$$ ✓

$$\Rightarrow \text{محیط ذوزنقه} = 8+7+6+7+10 = \boxed{38}$$

سوال ۸)



$$\hat{A} = 60^\circ \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \cos\hat{A} \quad AB = 10 \times \cos A = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

$\cos 60^\circ$

ΔABC متساوی ساقین $\Rightarrow BC = AB \Rightarrow BC = AB = 5$

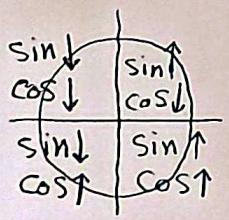
$$\frac{BD}{AD} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \sin\hat{A} \Rightarrow BD = 10 \times \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$CD = BD - CB = \boxed{5\sqrt{3} - 5}$$ ✓

سوال ۹)

الف) ناحیه سوم

ب) ناحیه دوم



زاویه ↑ ⇒

✓

سوال ۱۰)

$$\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cot\alpha = \sqrt{10}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow 1 + 9 = \frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{10}}{10}$$

چون $\sin\alpha$ در ناحیه سوم منفی است ← ق ق ق

$$\boxed{\sin\alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}}$$

✓