۲۰

/ / سونا عباسی

۱- $\frac{a}{q}, a, aq, \dots \rightarrow \frac{a}{q} \times a \times aq = ۶۴ \rightarrow a^۳ = ۶۴ \rightarrow a = ۴$ ص

$\frac{a}{q} + a + aq = ۲۱ \rightarrow \frac{۴}{q} + ۴ + ۴q = ۲۱ \rightarrow \frac{۴}{q} + ۴q - ۱۷ = ۰ \rightarrow ۴q^۲ - ۱۷q + ۴ = ۰$

$q = \frac{-(-۱۷) \pm \sqrt{(-۱۷)^۲ - ۴(۴ \times ۴)}}{۲(۴)} \rightarrow q = \frac{۱۷ \pm ۱۵}{۸} \rightarrow q = ۴$

چون صعودی نیست پس $\boxed{q = \frac{۱}{۴}}$

این حالت قبول است

۲- $(۲x^۲)^۲ = (x^۲ - ۲)(x^۲ + ۴) \rightarrow ۴x^۴ = x^۴ + ۲x^۲ - ۸ \rightarrow ۲x^۲ = x^۴ - ۸ \rightarrow x^۴ - ۲x^۲ - ۸ = ۰$ ص

$(x^۲ - ۴)(x^۲ + ۲) = ۰$

$x^۲ = ۴$

$x = \pm ۲$

$x = ۲ \rightarrow ۸, ۴, ۲ \rightarrow q = \frac{۱}{۲}$

$x = -۲ \rightarrow ۸, -۴, ۲ \rightarrow$ غق $\rightarrow S_۷ = ۸ \times \frac{۱ - (\frac{۱}{۲})^۷}{۱ - \frac{۱}{۲}} = \frac{۱۲۷}{۸}$

$\times -\frac{۱}{۲}$

۳- $۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱} \rightarrow S_۵ = a_۱ + a_۱q + a_۱q^۲ + a_۱q^۳ + a_۱q^۴$ ص

$= a_۱(q + ۱ + q^۲ + q^۳ + q^۴) = ۲۴۳ \times \frac{۱۲۱}{۸۱} = ۳۶۳$

۴- ص حسابی: $A = \frac{۱ + ۶۴}{۲} = ۳۲/۵$, هندسی: $B^۲ = ۱ \times ۶۴ \rightarrow B = \pm ۸$

$A + B = ۳۲/۵ - ۸$ ② ① $A + B = ۳۲/۵ + ۸ = \boxed{۴۰/۵}$

$= \boxed{۲۴/۵}$

۵- ص $a_{۱۰۱} = a_۱ + ۱۰۰d \rightarrow d = \frac{-۹۵}{۴} - (-۲۴) = \frac{۱}{۴} \rightarrow a_{۱۰۱} = -۲۴ + ۱۰۰ \times \frac{۱}{۴} = ۱$

$۱۲۸, a_۲, \dots \rightarrow a_n = ۱۲۸ \times q^{n-۱} \rightarrow a_۸ = ۱۲۸ \times q^۷ = ۱ \rightarrow q = \frac{۱}{۲}$

۶- $a_۴ \quad a_۷ \quad a_۹$

$a_۱ + ۲d, a_۱ + ۶d, a_۱ + ۸d \rightarrow (a_۱ + ۶d)^۲ = (a_۱ + ۲d)(a_۱ + ۸d) \rightarrow a_۱^۲ + ۳۶d^۲ + ۱۲a_۱d$

$= a_۱^۲ + ۱۶d^۲ + ۱۰a_۱d \rightarrow ۲۰d^۲ = -۲a_۱d \rightarrow ۲d(۱۰d + a_۱) = ۰$

$۲d = ۰ \rightarrow \boxed{d = ۰}$

$۱۰d + a_۱ = ۰ \rightarrow d = \frac{-a_۱}{۱۰}$

/ /

۷-

a_2 , a_4 , a_8

$a_1+d , a_1+3d , a_1+7d \to (a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+7d)\to$

$a_1^2+9d^2+6a_1d = a_1^2+7d^2+8a_1d \to 2d^2 = 2a_1d \to d=a_1 \to 2a, 4a, 8a$

$q=\frac{4a}{2a}=2 \quad a_{10}=a_1q^9=\frac{1}{4}\times 2^9=128$

۸-

$3a_2 , 2a_3 , a_4$

$3(a_1q) , 2(a_1q^2) , a_1q^3 \quad 2a_1q^2=\frac{3a_1q+a_1q^3}{2} \to -4a_1q^2+3a_1q+a_1q^3=0$

$a_1q(-4q+3+q^2)=0 \to (q-1)(q-3)=0 \quad q=1$ غ ق ق

$a_1q=0 \quad \boxed{q=3}$

$a_1=0$ غ ق ق

۹-

$d=\frac{7}{4}-2=\frac{-1}{4} \quad a_4=2+3\times(-\frac{1}{4})=\frac{5}{4}$

$a_8=2+7\times(-\frac{1}{4})=\frac{1}{4}$

$a_{13}=2+12\times(-\frac{1}{4})=-1$

$\frac{5}{4}+x , \frac{1}{4}+x , -1+x \to (\frac{1}{4}+x)^2=(x+\frac{5}{4})(x-1)\to$

$\frac{1}{16}+x^2+\frac{1}{2}x = x^2+\frac{1}{4}x-\frac{5}{4} \to x=\frac{-21}{4} \to -4, -5, -\frac{25}{4}$

$q=\frac{-5}{-4}=\boxed{\frac{5}{4}}$

۱۰-

$a_1+a_1q^3+a_1q^6=73$

$t_1=a_1=a , t_2=a_4=aq^3 , t_{10}=a_7=aq^6$

$\left.\begin{array}{l} t_2=aq^3 \\ t_2=t_1+d \end{array}\right\} aq^3=a+d \to d=(q^3-1)a$

$t_{10}=aq^6=a+9a(q^3-1)$

$=a+9aq^3-9a \to aq^6-9aq^3+8a=0$

$a(q^6-9q^3+8) \to q^3=\frac{9\pm\sqrt{81-32}}{2}$

$q^3=8 \to q=2$

$q=1 \to a+a+a=73 \to a=\frac{73}{3} , d=a(q^3-1)$

$q^3=1 \to q=1$

$\frac{73}{3}\times(1-1)=\boxed{0}$

$q=2 \to a+8a+64a=73 \to a=1 \to d=a(q^3-1)=1\times(8-1)=\boxed{7}$