نام و نام خانوادگی ...نسرین رشیدی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۵... کلاس ...دهم ریاضی ۲...

۱

$a_1 \times \frac{q^۳-۱}{q-۱} = ۲۱ \Rightarrow a_1\left(\frac{\cancel{(q-۱)}(q^۲+۱+q)}{\cancel{(q-۱)}}\right) = ۲۱ \Rightarrow a_1(q^۲+q+۱) = ۲۱$

$a_1 \times a_۲ \times a_۳ = ۶۴ \Rightarrow (a_۲)^۳ = ۶۴ \Rightarrow a_۲ = ۴ \Rightarrow a_1 q = ۴$

$a_1 q^۲ + a_1 q + a_1 = ۴q + ۴ + \frac{۴}{q} = ۲۱ \Rightarrow ۴q + \frac{۴}{q} = ۱۷ \xrightarrow{\times q} ۴q^۲ - ۱۷q + ۴ = ۰$

حل با روش ... $q^۲ - ۱۷q + ۱۶ = ۰ \to (q-۱۶)(q-۱) = ۰$

$q = +\frac{۱۶}{۴} = ۴$ غ ق ق چون نزولی است $\quad q = +\frac{۱}{۴}$ ✓

۲

$(x^۲+۴)(x^۲-۲) = ۴x^۲ \Rightarrow x^۴ + ۲x^۲ - ۸ = ۴x^۲ \Rightarrow x^۴ - ۲x^۲ - \overset{۲\times۴}{۸} = ۰ \Rightarrow (x^۲-۴)(x^۲+۲) = ۰$

$x^۲ = ۴ \quad x = \pm ۲$ $\qquad x^۲ = -۲ \to$ غ ق ق

$x = +۲ \to ۸ , ۴ , ۲ \to$ ✓ $\Rightarrow r = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

$x = -۲ \to ۸ , -۴ , ۲ \to$ غ ق ق چون $q>۰$

$S_۷ = ۸ \times \frac{q^۷-۱}{q-۱} = \frac{۱-\frac{۱}{۱۲۸}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۸\times\frac{۱۲۷}{۱۲۸_{۶۴}}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱۲۷}{۶۴}\times ۸ = \frac{۱۲۷}{۸}$

۳

$۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱} \xRightarrow{\times a_1} a_1 + a_1 q + a_1 q^۲ + a_1 q^۳ + a_1 q^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱} \times \cancel{a_1}\,۲۴۳ = \frac{۱۲۱ \times ۲۴۳}{۸۱} = ۳۶۳$

۴

$d = \frac{۶۴-۱}{۶} = \frac{۶۳}{۶} = ۱۰/۵$ $\qquad A = t_۴ = t_1 + ۳d = ۱ + ۳۱/۵ = ۳۲/۵$

$r^۶ = \frac{۶۴}{۱} \Rightarrow r = \pm ۲$ $\qquad B = t_۴ = t_1 \times r^۳ = ۱ \times (\pm ۲)^۳ = \pm ۸$

$A + B \begin{cases} ۳۲/۵ + ۸ = ۴۰/۵ \\ ۳۲/۵ - ۸ = ۲۴/۵ \end{cases}$

۵

$d = -\frac{۹۵}{۴} + ۲۴ = +\frac{۱}{۴}$ $\qquad t_{۱۰۱} = t_1 + ۱۰۰d = -۲۴ + ۲۵ = +۱$

$۱۲۸ , a_۲ , \dots$ $\qquad a_۸ = a_1 \times r^۷ \Rightarrow ۱۲۸ \times r^۷ = +۱$

$r = \frac{۱}{۲}$

$t_3 \quad t_7 \quad t_9$ $t_1+2d \quad t_1+6d \quad t_1+8d$ $(t_1+2d)(t_1+8d)=(t_1+6d)^2 \Rightarrow \cancel{t_1^2}+10t_1d+16d^2=t_1^2+36d^2+12t_1d$ $-2t_1\cancel{d}=20d^{\cancel{2}}d$ $-2t_1=20d \Rightarrow t_1=-10d \rightarrow d=-\frac{1}{10}t_1$ یا $d=0$	۶
$t_2 \quad t_4 \quad t_8$ $a_1+d \quad a_1+3d \quad a_1+7d$ $2d \quad 4d \quad 8d \Rightarrow r=2$ $(a_1+d)(a_1+7d)=(a_1+3d)^2 \Rightarrow \cancel{a_1^2}+8a_1d+7d^2=a_1^2+9d^2+6a_1d$ $2a_1\cancel{d}=2d^2d$ $2a_1=2d \rightsquigarrow a_1=d$ $a_1=\frac{1}{4}$, $r=2$ $\Rightarrow a_{10}=\frac{1}{4}\times r^9=\frac{1}{2^2}\times 2^9=2^7=128$	۷
$3a_1r \ ,\ 2a_1r^2 \ ,\ a_1r^3$ $\cancel{a_1}r^3+3\cancel{a_1}r=4\cancel{a_1}r^2 \xrightarrow{\div a_1r} r^2+3=4r \Rightarrow r^2-4r+3=0 \Rightarrow (r-1)(r-3)=0$ $r=3$ $r=1 \rightarrow$ غ‌ق‌ق دنباله هندسی غیرثابت	۸
$\frac{8}{4}, 2, \frac{7}{4}, \dots \qquad d=-\frac{1}{4}$ دنباله هندسی $-1+x \ ,\ \frac{1}{4}+x \ ,\ \frac{5}{4}+x$ $t_4=t_1+3d=2-\frac{3}{4}=\frac{5}{4} \rightsquigarrow a_1$ $t_8=t_1+7d=2-\frac{7}{4}=\frac{1}{4} \rightsquigarrow a_2$ $t_{13}=t_1+12d=2-3=-1 \rightsquigarrow a_3$ $(x-1)(x+\frac{5}{4})=(x+\frac{1}{4})^2$ $\cancel{x^2}+\frac{1}{4}x-\frac{5}{4}=\cancel{x^2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{2}x$ $-\frac{1}{4}x=\frac{21}{16} \Rightarrow x=-\frac{21}{4}$ نسبت هندسی $\frac{t_{13}+x}{t_8+x}=\frac{-1-\frac{21}{4}}{\frac{1}{4}-\frac{21}{4}}=\frac{-\frac{25}{4}}{-\frac{20}{4}}=+\frac{25}{20}=\frac{5}{4}$	۹
جمع t_1 و t_2 و t_{10} $a_1+a_1r^3+a_1r^6=73 \rightarrow a_1(1+\cancel{r^3+r^6})=73 \Rightarrow a_1=1$ $8d$ $a_1r^6-a_1r^3=8(a_1r^3-a_1)$ $\cancel{a_1}r^3(\cancel{r^3-1})=8\cancel{a_1}(\cancel{r^3-1}) \Rightarrow r^3=8 \Rightarrow r=2$ $t_1=1$ $t_2=1\times 8=8 \qquad d=7$ $t_{10}=1\times r^6=64$ ب) دنباله ثابت است ، هم هندسی هم حسابی می‌باشد ، هم حسابی ! هم برابر ، $\neq 0$ ... این حالت $d=0$	۱۰