نام و نام خانوادگی ...[illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...[illegible]... کلاس ...[illegible]...

۲۵

۱

$a_1 \times \frac{q^3-1}{q-1}=21 \Rightarrow a_1\left(\frac{\cancel{(q-1)}(q^2+1+q)}{\cancel{(q-1)}}\right)=21 \Rightarrow a_1(q^2+q+1)=21$

$a_1 \times a_2 \times a_3 = 64 \Rightarrow (a_2)^3=64 \Rightarrow a_2=4 \Rightarrow a_1q=4$

$a_1q^2+a_1q+a_1 = 4q+4+\frac{4}{q}=21 \Rightarrow 4q+\frac{4}{q}=17 \xRightarrow{\times q} 4q^2-17q+4=0$

[illegible] $q^2-17q+16=0 \to (q-16)(q-1)=0$

$q=+\frac{16}{4}=4$ غ ق ق چون [illegible] است $q=+\frac{1}{4}$ ✓

۵

۲

$(x^2+4)(x^2-2)=4x^2 \Rightarrow x^4+2x^2-8=4x^2 \Rightarrow x^4-2x^2-8=0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+2)=0$

$x^2=4$, $x=\pm 2$; $x^2=-2 \to$ غ ق ق

$x=+2 \to 8, 4, 2 \to$ ✓ $\Rightarrow r=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$x=-2 \to 8, 4, -2 \to$ غ ق ق چون $q>0$

$S_7 = 8\times\frac{q^7-1}{q-1} = \frac{1-\frac{1}{128}}{\frac{1}{2}} = \frac{8\times\frac{127}{\cancel{128}\,64}}{\frac{1}{\cancel{2}}} = \frac{127}{64}\times 8 = \frac{127}{8}$

۵

۳

$1+q+q^2+q^3+q^4=\frac{121}{81} \xRightarrow{\times a_1} a_1+a_1q+a_1q^2+a_1q^3+a_1q^4=\frac{121}{81}\times \cancel{a_1}\,243 = \frac{121\times 243}{81}=363$

۵

۴

$d=\frac{64-1}{6}=\frac{63}{6}=10.5$

$A=t_4=t_1+3d=1+31.5=32.5$

$r^6=\frac{64}{1} \Rightarrow r=\pm 2$

$B=t_4=t_1\times r^3=1\times(\pm 2)^3=\pm 8$

$A+B \begin{cases} 32.5+8=40.5 \\ 32.5-8=24.5 \end{cases}$

۵

۵

$d=-\frac{95}{4}+24=+\frac{1}{4}$

$t_{101}=t_1+100d=-24+25=+1$

$128, a_2, \ldots$

$a_8=a_1\times r^7 \Rightarrow 128\times r^7=+1$

$r=\frac{1}{2}$

۵

$t_3 \quad t_7 \quad t_9$

$t_1+2d \quad t_1+6d \quad t_1+8d$

۲

$(t_1+2d)(t_1+8d) = (t_1+6d)^2 \Rightarrow \cancel{t_1^2} + 10t_1d + 16d^2 = t_1^2 + 36d^2 + 12t_1d$

$-2t_1\cancel{d} = 20d^{\cancel{2}}d$

$-2t_1 = 20d \Rightarrow t_1 = -10d \to d = -\frac{1}{10}t_1$

یا

$d = 0$ ۶

$t_2 \quad t_4 \quad t_8$

$a_1+d \quad a_1+3d \quad a_1+7d$

$2d \quad 4d \quad 8d \Rightarrow r = 2$

$(a_1+d)(a_1+7d) = (a_1+3d)^2 \Rightarrow \cancel{a_1^2} + 8a_1d + 7d^2 = a_1^2 + 9d^2 + 6a_1d$

$2a_1\cancel{d} = 2d^2 d$ ۲ ۷

$2a_1 = 2d \rightsquigarrow a_1 = d$

$a_1 = \frac{1}{4}, \; r = 2 \Rightarrow a_{10} = \frac{1}{4} \times r^9 = \frac{1}{2^2} \times 2^9 = 2^7 = 128$

$3a_1r \;,\; 2a_1r^2 \;,\; a_1r^3$

$\cancel{a_1}r^3 + 3\cancel{a_1}r = 4\cancel{a_1}r^2 \xrightarrow{\div a_1r} r^2 + 3 = 4r \Rightarrow r^2 - 4r + 3 = 0 \Rightarrow (r-1)(r-3) = 0$

$r = 3$ ۸

$r = 1 \to$ غ ق ق   دنباله هندسی غیرثابت

۲

$\frac{8}{4}, 2, \frac{7}{4}, \ldots \qquad d = -\frac{1}{4}$

$-1+x \;,\; \frac{1}{4}+x \;,\; \frac{5}{4}+x$ ⇜ دنباله هندسی

$t_4 = t_1 + 3d = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \rightsquigarrow a_1$

$t_8 = t_1 + 7d = 2 - \frac{7}{4} = \frac{1}{4} \rightsquigarrow a_2$

$t_{13} = t_1 + 12d = 2 - 3 = -1 \rightsquigarrow a_3$

$(x-1)(x+\frac{5}{4}) = (x+\frac{1}{4})^2$

$\cancel{x^2} + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} = \cancel{x^2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{2}x$ ۹

$-\frac{1}{4}x = \frac{21}{16} \Rightarrow x = -\frac{21}{4}$

۲

نسبت هندسی

$\frac{t_{13}+x}{t_8+x} = \frac{-1-\frac{21}{4}}{\frac{1}{4}-\frac{21}{4}} = \frac{-\frac{25}{4}}{-\frac{20}{4}} = +\frac{25}{20} = \frac{5}{4}$

جملات t_1 و t_4 و t_{10}

$a_1 + a_1r^3 + a_1r^9 = 73 \to a_1(1 + r^3 + r^6) = 73 \Rightarrow a_1 = 1$

۲

$\underbrace{a_1r^9 - a_1r^3}_{8d} = 8(a_1r^3 - a_1)$

$a_1r^3(r^3 - \cancel{1}) = 8a_1(r^3 - \cancel{1}) \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$ ۱۰

$t_1 = 1$

$t_4 = 1 \times 8 = 8 \qquad d = 7$

$t_{10} = 1 \times r^6 = 64$

یا دنباله ثابت است، هم هندسی هم حسابی می‌باشد، همه جملات با هم برابر و $\neq 0$ ، در این صورت $d = 0$