بهار سرمستاری — کلاس دهم ریاضی ۲ — تکلیف ۲، ۴، ۱۵

---

۱) ? q

$\frac{a}{q}, a, aq$ $\qquad a^{۳} = ۶۴ \Rightarrow a = ۴$ $\qquad ۴\underbrace{\left(\frac{1}{q} + ۱ + q\right)}_{\frac{۲۱}{۴}} = ۲۱$

چون دنباله غیر حسابی

$\Rightarrow \frac{1}{q} + q = \frac{۱۷}{۴} \Rightarrow q = ۴$ یا $\boxed{q = \frac{1}{۴}}$

---

۲) ? $S_۷$

$(x^۲+۴), (۲x), (x^۲-۲)$ $\qquad b^۲ = ac$ $\qquad x^۴ + ۲x^۲ - ۸ = ۴x^۲$

$a \qquad b \qquad c$ $\qquad x^۴ - ۲x^۲ - ۸ = ۰ \Rightarrow (x^۲-۴)(x^۲+۲) = ۰$

if $\boxed{x=۲}$ $\quad ۸, ۴, ۲ \Rightarrow q = \frac{۴}{۸} = \frac{۲}{۴} = \boxed{\frac{1}{۲}} \rightarrow q>۰$ چون $\qquad \Rightarrow x = \pm ۲$

if $x = -۲$ $\quad ۸, -۴, ۲ \Rightarrow q = -\frac{۴}{۸} = -\frac{۲}{۴} = -\frac{1}{۲}$

جواب آخر

$S_n = a_1 \frac{(q^n - ۱)}{q - ۱} \Rightarrow S_۷ = ۸ \times \frac{((\frac{1}{۲})^۷ - ۱)}{\frac{1}{۲} - ۱} = ۸ \times -\frac{۱۲۷}{۱۲۸} \times -۲ = \boxed{\frac{۱۲۷}{۸}}$

---

۳) ? $S_۵$

$۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱}$ $\qquad a_1 = ۲۴۳$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + a_1 q + a_1 q^۲ + a_1 q^۳ + a_1 q^۴ =$

$a_1 (۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴) = \frac{۱۲۱}{۸۱} \times ۲۴۳ = \boxed{۳۶۳}$

---

۴) ? $A+B$

$۶۴ - ۱ = ۶۳$ $\qquad d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{۶۳}{۶} = \frac{۲۱}{۲} = ۱۰/۵$

جمله وسط $\quad a_۴ = a_1 + ۳d = ۱ + ۳ \times (۱۰/۵) = ۳۲/۵ = A$

$r^{n+1} = \frac{t_m}{t_n} \Rightarrow \frac{۶۴}{۱} = r^۶ \Rightarrow r = \pm ۲$ $\qquad$ جمله وسط $\quad t_۴ = t_1 r^۳ = ۱ \times \pm ۸ = \pm ۸ = B$

if $B = ۸ \Rightarrow A + B = ۳۲/۵ + ۸ = \boxed{۴۰/۵}$

if $B = -۸ \Rightarrow A + B = ۳۲/۵ - ۸ = \boxed{۲۴/۵}$

---

۵) ? q

$-\frac{۹۶}{۴}, -\frac{۹۵}{۴}, \ldots \Rightarrow d = \frac{1}{۴}, a_1 = -\frac{۹۶}{۴}$ $\qquad a_n = -\frac{۹۶}{۴} + (n-1)\frac{1}{۴}$

$a_n = a_1 + (n-1)d$ $\qquad a_n = -\frac{۹۷}{۴} + \frac{1}{۴}n$

$n = ۱۰۱$

$\Rightarrow \frac{-۹۷ + ۱۰۱}{۴} = \frac{۴}{۴} = ۱$

$۱۲۸, a_2, \ldots$ $\qquad a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_۸ = a_1 q^۷ = ۱۲۸ q^۷ = ۱ \Rightarrow q^۷ = \frac{۱}{۱۲۸} \Rightarrow \boxed{q = \frac{1}{۲}}$

۷) $a_{۱۰}$ (در دنباله هندسی)؟ ادامه: $q=۲$, $a_۱=\frac{۱}{۴}$

$a_{۱۰}=\frac{۱}{۴}\times ۲^۹=\boxed{۱۲۸}$

$a+d$, $a+۳d$, $a+۷d$

m , b , c $\qquad mc=b^۲$

$a^۲+۸ad+۷d^۲=a^۲+۶ad+۹d^۲ \Rightarrow ۲ad=۲d^۲ \Rightarrow ۲d(a-d)=۰$

d نمی‌تواند صفر باشد چون گفته شده جملات متمایزند $\Rightarrow a=d \Rightarrow ۲d, ۴d, ۸d \xrightarrow{\times ۲} ۹$ $\qquad ۲d=\frac{۱}{۴}\Rightarrow d=\frac{۱}{۸}$

---

۶) ؟d $\quad$ جابه‌جا

$a+۲d$, $a+۶d$, $a+۸d$

$a^۲+۱۰ad+۱۶d^۲=a^۲+۱۲ad+۳۶d^۲$

$-۲۰d^۲=۲ad$

$۲ad+۲۰d^۲=۰ \qquad ۲d(a+۱۰d)=۰$

① $\boxed{d=۰}$ $\qquad$ ② $\boxed{d=-\frac{a}{۱۰}}$

$\begin{cases} d=۰ \\ a=-۱۰d \end{cases}$ هر دو حالت می‌تواند باشد. (متمایز بودن ذکر نشده.)

---

۸) ؟(r)q

$۳ar$, $۲ar^۲$, $ar^۳$ $\xRightarrow{\text{واسطه حسابی}}$ $۳ar+ar^۳=۴ar^۲$

$ar(۳+r^۲)=۴ar^۲ \qquad ۳+r^۲=۴r$

$r^۲-۴r+۳=۰$

$(r-۱)(r-۳)=۰ \to r=۱ \;,\; \boxed{r=۳}$

r=۱ نمی‌تواند باشد چون گفته دنباله هندسی غیرثابت

---

۹) ؟(n)q

$۲, \frac{۷}{۴}, \ldots$ $\quad \frac{۸}{۴}$ $\qquad d=-\frac{۱}{۴}$ $\quad a_۱=۲$ $\qquad a_n=a_۱+(n-۱)d$

$a_n=۲+(n-۱)\left(-\frac{۱}{۴}\right)=\frac{۹}{۴}-\frac{۱}{۴}n$

$a_۴=\frac{۵}{۴}$

$a_۸=\frac{۱}{۴}$

$a_{۱۳}=-۱$

$\frac{۵}{۴}+x$, $\frac{۱}{۴}+x$, $-۱+x$

$x^۲+\frac{۱}{۴}x-\frac{۵}{۴}=x^۲+\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۱۶}$

$-\frac{۲۱}{۱۶}=\frac{۱}{۴}x \Rightarrow x=-\frac{۲۱}{۱۶}\times ۴=-\frac{۲۱}{۴}$

$-\frac{۱۶}{۴}$, $-\frac{۲۰}{۴}$, $-\frac{۲۵}{۴}$ $\qquad q=-\frac{۲۰}{۴}\times -\frac{۴}{۱۶}=\boxed{\frac{۵}{۴}}$

---

۱۰) ؟d

$a_۱, a_۴, a_۷$ هندسی

$a_۱, a_۲, a_{۱۰}$ حسابی

$aq^۳=a+d \Rightarrow d=aq^۳-a=a(q^۳-۱)$

$aq^۶=a+۹d \xRightarrow{\text{جایگذاری}} aq^۶=a+۹aq^۳-۹a$ $\quad$ a را از دو طرف ساده می‌کنیم

$q^۶=۹q^۳-۸ \Rightarrow q^۶-۹q^۳+۸=۰ \Rightarrow (q^۳-۱)(q^۳-۸)=۰ \to q=۱ \;,\; q=۲$

ادامه: $a(q+q^۳+q^۶)=۷۳$

$q=۱ \Rightarrow ۳a=۷۳ \Rightarrow a=\frac{۷۳}{۳} \Rightarrow a_۴-a_۱=\frac{۷۳}{۳}-\frac{۷۳}{۳}=\boxed{۰}$

$q=۲ \Rightarrow ۷۳a=۷۳ \Rightarrow a=۱ \Rightarrow a_۴-a_۱=d=\boxed{۷}$