سوران باشری - دهم دختر C - تکلیف ۱۵

۱۹

①

$a + aq + aq^۲ = ۲۱$ [redacted]

$a \times aq \times aq^۲ = ۶۴$

$a^۳q^۳ = (aq)^۳ = ۴^۳ \Longrightarrow aq = ۴ \Longrightarrow \frac{۴}{q} + ۴ + ۴q = ۲۱$ ✓

$۴ + ۴q + ۴q^۲ = ۲۱q$

$۴q^۲ - ۱۷q + ۴ = ۰$

$q^۲ - ۱۷q + ۱۶ = ۰$

$(q - ۱۶)(q - ۱) = ۰$

$\rightarrow \frac{۱۶}{۴} = ۴ \qquad \rightarrow \frac{۱}{۴}$

q عددی غیر حسابی است پس $q = \frac{۱}{۴}$

---

②

$(۲x)^۲ = (x^۲ - ۲)(x^۲ + ۴)$

$۴x^۲ = x^۴ + ۴x^۲ - ۲x^۲ - ۸ \qquad ۴x^۲ = x^۴ + ۲x^۲ - ۸ \qquad ۲x^۲ = x^۴ - ۸$

$x^۴ - ۲x^۲ - ۸ = ۰$

$(x^۲ - ۴)(x^۲ - ۲) = ۰$

$(x - ۲)(x + ۲)(x^۲ - ۲) = ۰$

④ ↙ $\quad -۲ < ۰ \longrightarrow q < ۰$ ✓

$a_۱ = ۸ \;/\; q = \frac{۱}{۲}$

$\frac{x^۲ + ۴}{۲x} \qquad \frac{۲x}{x^۲ - ۲}$

$S_۷ = ۸\left(\frac{۱ - (\frac{۱}{۲})^۷}{۱ - \frac{۱}{۲}}\right) =$

$۱۶ - \frac{۱}{۸} = \boxed{۱۵\frac{۷}{۸}}$

---

③

$۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱} \xrightarrow{\times a} a + aq + aq^۲ + aq^۳ + aq^۴ = \frac{۱۲۱}{۸۱}a$ ✓

$a_۱ + a_۲ + a_۳ + a_۴ + a_۵ = \frac{۱۲۱}{۸۱} \times ۲۴۳ = \boxed{۳۶۳}$

---

④

حسابی $\Longrightarrow \frac{۶۴ - ۱}{۵ + ۱} = \frac{۶۳}{۶} = ۱۰/۵$

$۱ + ۳d = ۱ + ۳(۱۰/۵) = ۳۲/۵$

$۳۲/۵ + ۸ = ۴۰/۵$

$۳۲/۵ - ۸ = ۲۴/۵$

هندسی $\Longrightarrow \frac{aq^۶}{a} = \frac{۶۴}{۱} \Rightarrow q^۶ = ۶۴ \rightarrow q = \pm ۲$

$aq^۳ = ۱(\pm ۲)^۳ = \pm ۸$ ✓

---

⑤

$\frac{-۹۵}{۴} - (-۲۴) = -۲۳/۷۵ + ۲۴ = ۰/۲۵$

حسابی : $-۲۴ + (n-۱)۰/۲۵$

$\Longrightarrow -۲۴ + ۰/۲۵(۱۰۰) = -۲۴ + ۲۵ = ۱$

$۱۲۸q^۷ = ۱ \qquad q^۷ = \frac{۱}{۱۲۸}$

✓

$\Longrightarrow \boxed{q = \frac{۱}{۲}}$

⑥ ۱٫۲۵

$a+۲d \,/\, a+۴d \,/\, a+۸d$

$(a+۴d)^۲=(a+۲d)(a+۸d)$

$۶d^۲+۲ad=۰$

$\underbrace{۲d}(a+۱۰d)=۰ \qquad a+۱۰d=۰ \qquad \boxed{d=\frac{-۱۰}{a}}$

d ~~صفر نیست~~

$d=۰ \rightarrow$ قابل قبول نیست چون تمامی اعداد صفر شوند

---

⑦

$a+d \,/\, a+۳d \,/\, a+۷d$

$a \,/\, aq \,/\, aq^۲$

$(a+۳d)^۲=(a+d)(a+۷d) \Rightarrow ۲d^۲=۲ad \Rightarrow ۲d=۲a \Rightarrow a=d$

$\Rightarrow ۲d \,/\, ۴d \,/\, ۸d \Rightarrow q=\frac{۴d}{۲d}=\frac{۸d}{۴d}=۲$

$\Rightarrow a_{۱۰}=aq^۹=\frac{۱}{۴}۲^۹=۲^۷=\underline{۱۲۸}$

---

⑧ ۲

$۳aq \,/\, ۲aq^۲ \,/\, aq^۳$

$۲(۲aq^۲)=۳aq+aq^۳ \Rightarrow ۴aq^۲=۳aq+aq^۳$

$(aq)۴q=\cancel{aq}(۳+q^۲)$

$q^۲-۴q+۳=۰ \Leftarrow ۴q=۳+q^۲$

$(q-۳)(q-۱)=۰$

$\boxed{q=۳} \qquad \neq ۱$ غیرثابت

---

⑨ ۲

$d=\frac{۷}{۴}-۲=\frac{۷}{۴}-\frac{۸}{۴}=\frac{-۱}{۴} \qquad a=۲ \Rightarrow a_n=۲+(n-۱)\frac{-۱}{۴}$

$a_۴=۲+\frac{-۱}{۴}(۳)=۲-\frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۴} \qquad a_۸=۲+\frac{-۱}{۴}(۷)=\frac{۱}{۴}$

$a_{۱۳}=۲+\frac{-۱}{۴}(۱۲)=-۱$

$\frac{۵}{۴}+x \,/\, \frac{۱}{۴}+x \,/\, -۱+x$

$(\frac{۱}{۴}+x)^۲=(\frac{۵}{۴}+x)(-۱+x) \Rightarrow x=\frac{-۲۱}{۴} \Rightarrow \frac{-۱۶}{۴} \,/\, \frac{-۲۰}{۴} \,/\, \frac{-۲۵}{۴}$

$q=\frac{\frac{-۲۵}{۴}}{\frac{-۲۰}{۴}}=\frac{\frac{-۲۰}{۴}}{\frac{-۱۶}{۴}} \Rightarrow \underline{\frac{۵}{۴}}$

۲

$q=۱$

$۳a=۷۳$

$a=\frac{۷۳}{۳}$

۱،۱۵ ⑩

$a \mid aq^{۳} \mid aq^{۶}$

$a \mid a+d \mid a+۹d$ $d=aq^{۳}-a=\frac{۷۳}{۳}-\frac{۷۳}{۳}=۰$

$a+a+d+a+۹d=۷۳$ $۷۳a=۷۳$

$۳a+۱۰d=۷۳ \longrightarrow ۳a+۱۰(۷a)=۷۳$

$a=۱ \,/\, d=۷$

$(aq^{۳})^{۲}=a\times aq^{۶}$

$(a+d)^{۲}=a(a+۹d) \Longrightarrow d=۷a$