نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$\frac{x}{q}+x+xq=21$, $\frac{x}{q}\times x\times xq=64 \to x^3=4^3 \to x=4$

$4,\ \frac{4}{q}+4+4q=21 \to \frac{4}{q}+4q=17 \to q=4 \text{ یا } q=\frac{1}{4} \to$ چون q صحیح نیست $\to q=\frac{1}{4}$

۲

$x^2+4,\ 2x,\ x^2-2 \rightsquigarrow ac=b^2 \to (x^2+4)(x^2-2)=(2x)^2$

$\rightsquigarrow x^4-2x^2+4x^2-8=4x^2 \to x^4-2x^2-8=0 \to (x^2-4)(x^2+2)=0$ $\begin{cases} x^2=4 \to x=\pm 2 \\ x^2=-2 \text{ ق ق} \end{cases}$

$\rightsquigarrow x=+2 \rightsquigarrow 8,4,2 \to q=\frac{1}{2} \to S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{(1-q)} \to S_7=\frac{8(1-(\frac{1}{2})^7)}{1-\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \frac{8(1-(\frac{1}{2})^7)}{\frac{1}{2}}=\frac{127}{8}$

۳

$S=a+aq+aq^2+aq^3+aq^4 \to a(1+q+q^2+q^3+q^4) \Rightarrow 243\times\frac{121}{81}=363$

۴

$d=\frac{a_n-a_1}{\text{تعداد جملات}+1}=\frac{64-1}{9}=7 \to A=a_4=a_1+3d=1+3\times 7=22$

$a_1q^4=64 \to q^4=64 \to q=\pm 2 \to B=a_4=a_1\times q^3$ $\begin{cases} 1\times(-2)^3=-8 \\ 1\times(+2)^3=8 \end{cases}$

$A+B=\begin{cases} 22-8=14 \\ 22+8=30 \end{cases}$

۵

$d=\frac{-99}{100}+2=\frac{1}{2} \to a_{101}=a_1+(n-1)(\frac{1}{2})=-24+100(\frac{1}{2}) \Rightarrow a_{101}=1$

$b_n=a_1q^{n-1} \to 1=128\times q^7 \to q^7=\frac{1}{128} \to q=\frac{1}{2}$

۶

$a_۴, a_۷, a_۹ \to a_۱+۳d, a_۱+۶d, a_۱+۸d \to ac=b^۲$

$\Rightarrow (a_۱+۳d)(a_۱+۸d) = (a_۱+۶d)^۲ \to a_۱^۲ + ۱۰a_۱d + ۱۶d^۲ = a_۱^۲ + ۱۲a_۱d + ۳۶d^۲$

$\Rightarrow -۲a_۱d + ۲۰d^۲ = ۰ \to ۲d(a_۱ + ۱۰d) = ۰ \to a_۱ = -۱۰d \to d = \frac{-a}{۱۰}$ ($d \neq ۰$)

۷

$a_۲, a_۴, a_۸ \to a_۱+d, a_۱+۳d, a_۱+۷d \to ac = b^۲$

$\Rightarrow (a_۱+d)(a_۱+۷d) = (a_۱+۳d)^۲ \Rightarrow a_۱^۲ + ۸a_۱d + ۷d^۲ = a_۱^۲ + ۶d^۲ + ۶a_۱d$

$\Rightarrow ۲a_۱d - ۲d^۲ = ۰ \to ۲d(a_۱ - d) = ۰ \begin{cases} a_۱ = d \checkmark \to a_۲, a_۴, a_۸ = ۲d, ۴d, ۸d \\ d = ۰ \end{cases}$ $\Leftarrow \frac{۴d}{۲d} = ۲$

$a_{۱۰} = a_۱ q^۹ \Rightarrow \frac{۱}{۴} \times ۲^۹ = \frac{۵۱۲}{۴} = ۱۲۸$

۸

$۲a_۲, ۲a_۳, a_۴ \Rightarrow ۲(a_۱q), ۲(a_۱q^۲), a_۱q^۳ \to a+c = ۲b$

$\Rightarrow ۲a_۱q + a_۱q^۳ = ۲(۲a_۱q^۲) \Rightarrow a_۱(۲q + q^۳) = ۴a_۱q^۲ \Rightarrow ۴q^۲ = ۲q + q^۳ \to ۴q = ۲ + q^۲$

$\Rightarrow q^۲ - ۴q + ۲ = ۰$ (دلتا) $q = \frac{۴ \pm \sqrt{۱۶-۸}}{۲} \to \frac{۴ \pm \sqrt{۸}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \oplus \to q = ۳ \\ \ominus \to q = ۱ \end{cases}$ (نسبت) $\Rightarrow q = ۳$

۹

$۲, \frac{۷}{۴}, \dots \to \frac{۷}{۴} - ۲ = -\frac{۱}{۴} = d \to a_n = ۲ - (n-۱)\frac{۱}{۴} \Rightarrow a_۴ = \frac{۵}{۴}, a_n = \frac{۱}{۴}, a_{۱۳} = -۱$

$\frac{۵}{۴} + x, \frac{۱}{۴} + x, -۱ + x \Rightarrow b^۲ = ac \Rightarrow (-۱+x)(\frac{۵}{۴}+x) = (\frac{۱}{۴}+x)^۲$

$\Rightarrow -\frac{۵}{۴} - x + \frac{۵}{۴}x + x^۲ = \frac{۱}{۱۶} + x^۲ + \frac{۱}{۲}x \to \frac{x}{۴} = -\frac{۲۱}{۱۶} \Rightarrow x = -\frac{۲۱}{۴}$ ($-\frac{۱}{۴}x$)

$\Rightarrow -۴, -۵, -\frac{۲۵}{۴} \Rightarrow q = \frac{۵}{۴}$

۱۰

$a_۱ + a_۴ + a_۷ = ۲۴, a_۱ = b_۱, a_۴ = b_۲, a_۷ = b_{۱۰}$

$a_۴ - a_۱ = b_۲ - b = d, a_۷ - a_۱ = b_{۱۰} - b_۱ = ۹d \Rightarrow \frac{a(q^۳-۱)}{a(q^۹-۱)} = \frac{d}{۹d} \to q^۳ + ۱ = ۹ \to q = ۲$

$a + aq^۳ + aq^۹ = a + ۸a + ۶۴a = ۷۳a = ۲۴ \Rightarrow a = ۱ \rightsquigarrow a_۴ - a_۱ = d \Rightarrow (۱ \times ۲^۳) - ۱ = ۷ \to d = ۷$

$a_۱ + a_۱q^۳ + a_۱q^۹ = ۲۴ \to ۲a_۱q^۹ = ۲۴ \Rightarrow q = ۲ \to ۲a = ۲۴ \to a = \frac{۲۴}{۳}$

$aq^۳ - a = d \to \frac{۲۴}{۳} - \frac{۲۴}{۳} = ۰ \to d = ۰$