نام و نام خانوادگی ....[illegible]........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ....۱۵.. کلاس ....

۱

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ = ۶۴$

$\frac{a_۲}{q} \times a_۲ \times a_۲ q = ۶۴ \quad (a_۲)^۳ = ۶۴ \quad a_۲ = ۴$

$\frac{۴}{q} + ۴ + ۴q = ۲۱$

$\frac{۴}{q} + ۴q = ۱۷$

$q \begin{cases} \frac{۱}{۴} \to \text{غیرقابل} \\ ۴ \end{cases} \to \boxed{q = \frac{۱}{۴}}$

۲

$x^۲ + ۴ \;,\; ۲x \;,\; x^۲ - ۲ \quad \Rightarrow S_۷ = \overset{۸}{\cancel{a}}\left(\frac{q^۷ - ۱}{\underset{\frac{۱}{۲}}{q-۱}}\right) = ۸ \times \frac{\frac{۱۲۷}{۱۲۸}}{\frac{۱}{۲}} = ۸ \times \frac{۱۲۷}{۶۴} = \boxed{\frac{۱۲۷}{۸}}$

$(x^۲ + ۴)(x^۲ - ۲) = (۲x)^۲$

$x^۴ - ۲x^۲ + ۴x^۲ - ۸ = ۴x^۲$

$x^۴ + ۲x^۲ - ۴x^۲ - ۸ = ۰$

$x^۴ - ۲x^۲ - ۸ = ۰ \xrightarrow{x^۲ = y}$

$y^۲ - ۲y - ۸ = ۰ \quad (y - ۴)(y + ۲) \to x^۲ = ۴ \;,\; x = \pm ۲$

$x = ۲ \to ۸ \xrightarrow{\times \frac{۱}{۲}} ۴ \xrightarrow{\times \frac{۱}{۲}} ۲ \quad \boxed{\times \frac{۱}{۲} = q} \quad \xrightarrow{q > ۰ \;✓} q = ۲$

$x = -۲ \to ۸ \xrightarrow{\times -\frac{۱}{۲}} -۴ \xrightarrow{\times -\frac{۱}{۲}} ۲ \to q = -۲$

۲

$a + aq + aq^۲ + aq^۳ + aq^۴ = ?$

$a_۱ \underbrace{(۱ + q + q^۲ + q^۳ + q^۴)}_{\frac{۱۲۱}{۸۱}} = \overset{۳}{\cancel{۲۴۳}} \times \frac{۱۲۱}{\cancel{۸۱}} = \boxed{۳۶۳}$

$d = \frac{۶۴ - ۱}{۶} = ۱۰/۵ \qquad ۱ , ۱۱/۵ , ۲۲ , \overset{A}{\boxed{۳۲/۵}} , ۴۳ , ۵۳/۵ , ۶۴$

$q^۶ = \frac{۶۴}{۱} \qquad ۲^۶ = ۶۴ \qquad q = ۲ \qquad ۱ , ۲ , ۴ , \overset{B}{\boxed{۸}} , ۱۶ , ۳۲ , ۶۴$

$q = -۲ \qquad ۱ , -۲ , ۴ , \boxed{-۸} , ۱۶ , -۳۲ , ۶۴$

$A + B = ۳۲/۵ + ۸ = \boxed{۴۰/۵}$

$۳۲/۵ - ۸ = \boxed{۲۴/۵}$

$\frac{-۹۶}{۴} \xrightarrow{+\frac{۱}{۴}} \frac{-۹۵}{۴} \xrightarrow{+\frac{۱}{۴}} \cdots \qquad a_{\underset{۱۰۱}{n}} = \frac{-۹۶}{۴} + (n - ۱)\frac{۱}{۴} = -۲۴ + (\overset{۲۵}{\cancel{۱۰۰}} \times \frac{۱}{\cancel{۴}}) = ۱$

$۱۲۸\, q^۷ = ۱$

$q^۷ = \frac{۱}{۱۲۸} \qquad \boxed{q = \frac{۱}{۲}}$

۶

$a+۲d \qquad a+۶d \qquad a+۸d$ d می‌تواند صفر نیز باشد زیرا نگفته متمایز باشد

$(a+۸d)(a+۲d) = (a+۶d)^۲$

$a^۲+\underbrace{۲ad+۸ad}_{۱۰ad}+۱۶d^۲ = a^۲+۱۲ad+۳۶d^۲$

$-۲ad = ۲۰d^۲$

$۲۰d = -۲a$

$d = -۰/۱a$

$\boxed{\begin{array}{l} d = -۰/۱a \\ d = ۰a = ۰ \end{array}}$

۷

$a+d \qquad a+۳d \qquad a+۷d \Rightarrow ۲d \quad ۴d \quad ۸d$

$(a+۷d)(a+d) = (a+۳d)^۲$

$a^۲+\underbrace{ad+۷ad}_{۸ad}+۷d^۲ = a^۲+۶ad+\underset{۲d^۲}{۹d^۲}$

$\cancel{۲}ad = \cancel{۲}d^۲$

$a = d$

$۲d = \frac{۱}{۴} \quad d = \frac{۱}{۸}$

$\frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۲}, ۱, \ldots \quad \times ۲ \quad \times ۲$

$\frac{۱}{۴}۲^{n-۱} = \frac{۱}{۲^۲}۲^۹ = ۲^۷ = \boxed{۱۲۸}$

۸

$۳a_۲ = t_۱ \qquad ۳aq = t_۱ \qquad ۲(۲aq^۲) = (۳aq)+(aq^۳)$

$۲a_۳ = t_۲ \qquad ۲aq^۲ = t_۱+d \qquad ۴aq^۲ = aq(۳+q^۲)$

$a_۴ = t_۳ \qquad aq^۳ = t_۱+۲d \qquad ۴q = ۳+q^۲$

$q^۲-۴q+۳ = ۰$

$(q-۱)(q-۳)$

$q\neq۱$ ← چون دنباله غیرثابت $\quad \boxed{q=۳}$

۹

$۲, \frac{۷}{۴}, \ldots$

$\frac{۸}{۴}, \frac{۷}{۴}, \ldots \quad -\frac{۱}{۴}$

$a_n = a_۱+(n-۱)d = ۲+(n-۱)(-\frac{۱}{۴})$

$a_۴ = ۲+(۳)(-\frac{۱}{۴}) = \frac{۵}{۴}$

$a_۸ = ۲+(۷)(-\frac{۱}{۴}) = \frac{۱}{۴}$

$a_{۱۳} = ۲+(۱۲)(-\frac{۱}{۴}) = -۱$

$\frac{۵}{۴}+x, \frac{۱}{۴}+x, -۱+x$

$(\frac{۵}{۴}+x)(-۱+x) = (\frac{۱}{۴}+x)^۲$

$\frac{۲۱}{۱۶} = -\frac{۱}{۴}x$

$x = \frac{-۲۱}{۴}$

$-۴, -۵, \frac{-۲۵}{۴} \quad \times\frac{۵}{۴} \quad \boxed{\times\frac{۵}{۴} = q}$

۱۰

$a+aq^۳+aq^۶ = ۷۳ \qquad a(۱+q^۳+q^۶) = ۷۳$ ①

$b = a \qquad b+d = aq^۳ \qquad b+۹d = aq^۶$

$\Rightarrow a+d = aq^۳ \Rightarrow d = a(q^۳-۱) \qquad a+۹d = aq^۶ \Rightarrow a+۹a(q^۳-۱) = aq^۶$

$a+۹aq^۳-۹a = aq^۶ \qquad ۹aq^۳-۸a = aq^۶ \qquad \underset{\neq ۰}{a}(q^۶-۹q^۳+۸) = ۰$

$q^۶-۹q^۳+۸ = ۰ \Rightarrow (q^۳-۱)(q^۳-۸)$

$۱ \to q=۱ \qquad ۸ \to q=۲$

② $d = aq^۳-a = a(\underset{=۲}{q}^۳-۱) \to d = ۷a \to \boxed{d=۷}$ سوال ۱۰ غیرثابت

$a+aq^۳+aq^۶ = ۷۳ \to a+۸a+۶۴a = ۷۳a = ۷۳ \quad a = ۱$

$q=۱ \to d = a = ۱$ اگر دنباله را ثابت فرض کنیم

یا $d = ۱$