الینا میرزایی

① $\frac{a}{q}+a+aq=21$

$\frac{a}{\cancel{q}}\times a\times a\cancel{q}=64\rightarrow a=4$

$\frac{4}{q}+4+4q=21\longrightarrow \frac{4}{q}+4q=17\longrightarrow 4q^2+4-17q=0$

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{17\pm\sqrt{289-64}}{8}=\begin{cases}4\\ \frac{1}{4}\end{cases}$

---

② $(x^2-2)(x^2+4)=4x^2$

$x^4+2x^2-8=4x^2\longrightarrow x^4-2x^2-8=0\qquad x^2=t$

$\frac{2\pm\sqrt{4+32}}{2}\begin{cases}4=x^2\longrightarrow x=\pm2\\ -2=x^2\ \times\end{cases}$

$x=-2\longrightarrow 2,-4,8$

$x=2\longrightarrow 2,4,8\longrightarrow q=\frac{1}{2}\longrightarrow a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$

$8\times\frac{1-\frac{1}{2^7}}{\frac{1}{2}}=8\times\frac{\frac{2^7-1}{2^7}}{\frac{1}{2}}=8\times\frac{(2^7-1)\cancel{2}}{2^7}=2^4\left(\frac{2^7-1}{2^7}\right)=16-\frac{1}{8}$

(۳) $a_1 + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 = ?$

$$a(\underbrace{1+q+q^2+q^3+q^4}_{\frac{۱۲۱}{۸۱}}) = ۲۴۳ \times \frac{۱۲۱}{\cancel{۸۱}} = ۳۶۳$$

---

(۴) $\frac{۳۲-۱}{۵+۱} = \frac{۶۳}{۶} = ۱۰/۵ = d$ $\quad A = a_4 = a_1 + ۳d = ۱ + ۳۱/۵ = ۳۲/۵$

$\frac{۶۴}{۱} = ۶۴ = q^6 \to q = \pm ۲$ $\quad B = a_4 = a_1(q^3) = ۱ \times ۸ = ۸$

$\to ۳۲/۵ \pm ۸ \to ۴۰/۵ ,\ ۲۴/۵$ $\quad \hookrightarrow ۱ \times -۸ = -۸$

---

(۵) حسابی: $a_{101} = a_8$ هندسی

$a + (n-1)d = -۲۴ + ۱۰۰ \times \frac{۱}{۴} = ۱$ $\quad a_8 = ۱۲۸ \times q^7 = ۱$

$q^7 = ۱۲۸ \to q = \frac{۱}{۲}$

---

(۶) $a_2 = a + ۲d = a$ $\longrightarrow (a+6d)^2 = (a+8d)(a+d)$

$a + 6d = aq$ $\quad a^2 + ۳۶d^2 + ۱۲da = a^2 + ۱۰da + ۱۶d^2$

$a + 8d = aq^2$ $\quad \hookrightarrow ۲۰d^2 = -۲da \to ۱۰d = -a \to a = -۱۰d$

$\boxed{d = \frac{a}{-۱۰}}$ $\quad \boxed{۱۰ = d}$

(۷) $a+d=a$
$a+3d=aq$
$a+7d=aq^2$ $\longrightarrow (a+3d)^2=(a+d)(a+7d)$

$\hookrightarrow a^2+9d^2+6da=a^2+8da+7d^2$

$\hookrightarrow a=d$

$\dfrac{4d}{2d}=2=q \qquad a_1q^9=a_{10}=\dfrac{1}{4}\times 512=128$

---

(۸) $3aq,\ 2aq^2,\ aq^3$

$4aq^2=3aq+aq^3 \longrightarrow q^3-4q^2+3q=0$

$q(q^2-4q+3)=0$

$q=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{2} \longrightarrow 3,\ 1$

---

(۹) $a_4=2+3\times -\dfrac{1}{4}=1.25+d \qquad (0.25+d)^2=(-1+d)(1.25+d)$

$a_8=2+7\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}=0.25+d \qquad (0.25)^2+d^2+0.5d=-1.25-d+1.25d+d^2$

$a_{14}=2+13\times -\dfrac{1}{4}=-1+d \qquad \rightarrow 0.0625+1.25=-0.25d$

$-4,\ -5,\ -6.25,\ \dots \qquad \rightarrow d=-5.25$

$\longrightarrow q=1.25$

---

(۱۰) $a_1+a_4+a_7=a+aq^3+aq^6=73 \qquad aq^3=a+d$

$a \quad a+d \quad a+9d \qquad aq^6=a+9d \Big\} \rightarrow d=a(q^3-1)$

$a(1+8+64)=73 \qquad aq^6=a(1+9(q^3-1))=$

$73a=73 \rightarrow a=1 \qquad a(9q^3-8)$

$3a=73 \qquad q^6=9q^3-8 \rightarrow q=1$

$\hookrightarrow a=\dfrac{73}{3} \qquad \rightarrow q^3=8$

$d=aq^3-a=\dfrac{73}{3}-\dfrac{73}{3}=0$