نام و نام خانوادگی : آترین فروتن با شناسه تشریحی تکلیف شماره ۱۵ کلاس : دهم دختر

۱۹

سوال ۱)

$a \times aq \times aq^2 = (aq)^3 = 64 \rightarrow aq = 4$

$a + aq + aq^2 = \frac{4}{q} + 4 + 4q = 21 \rightarrow \frac{4 + 4q + 4q^2}{q} = 21 \rightarrow 4q^2 - 17q + 4 = 0$

$\Rightarrow q = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4(4)(4)}}{2 \times 4} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$

$\ominus \rightarrow \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ غیرصحیح ✗

$\oplus \rightarrow 4$ ✗

$q = \frac{1}{4}$

(۳)

سوال ۲)

واسط هندسی $\rightarrow (2x)^2 = (x^2+4)(x^2-2) \rightarrow 4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8 \rightarrow x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \rightarrow (x^2-4)(x^2+2) = 0$

$\rightarrow (x-2)(x+2)(x^2+2) = 0$

$x = 2$ ✓ $(8, 4, 2, \dots)$ $\quad a_1 = 8$

$x = -2$ ✗ $(8, -4, 2, \dots)$ $\quad q = \frac{1}{2}$

$\searrow q < 0$

$S_7 = 8\left(\frac{1 - (\frac{1}{2})^7}{1 - \frac{1}{2}}\right) = 16\left(1 - \frac{1}{2^7}\right) = 16 - \frac{2^4}{2^7} = 16 - \frac{1}{2^3} = 16 - \frac{1}{8} = 15\frac{7}{8}$

(۳)

سوال ۳)

$S_5 = a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 = a(1 + q + q^2 + q^3 + q^4) \rightarrow 243 \times \frac{121}{81} = 363$

(۲)

سوال ۴)

$1, \underbrace{-, -, A}_{+2d}, \underbrace{-, -, 64}_{+2d}$

$64 - A = A - 1$

$2A = 65 \rightarrow A = 32.5$

$A + B = 32.5 \pm 8 \begin{cases} 40.5 \\ 24.5 \end{cases}$

$1, \underbrace{-, -, B}_{\times q^3}, \underbrace{-, -, 64}_{\times q^3}$

$\frac{64}{B} = \frac{B}{1} \rightarrow B^2 = 64 \rightarrow B = \pm 8$

(۵)

سوال ۵)

$-24, \underbrace{-23\frac{3}{4}}_{+\frac{1}{4}}, \dots$ $\quad \begin{cases} d = \frac{1}{4} \\ a = -24 \end{cases}$ $\quad a_{101} = a_1 + 100d = -24 + 100 \times \frac{1}{4} = 1$

(۵)

تابع هندسی : $a_1 = 128$, $a_8 = aq^7 = 1 \rightarrow \frac{a_8}{a_1} = \frac{1}{128} \rightarrow q^7 = (\frac{1}{2})^7 \rightarrow q = \frac{1}{2}$

سوال ۶)

$a_4, a_7, a_9 \rightarrow a+3d, a+6d, a+8d$

واسط هندسی : $(a+6d)^2 = (a+3d)(a+8d) \rightarrow a^2 + 12ad + 36d^2 = a^2 + 11ad + 24d^2 \rightarrow 2ad + 12d^2 = 0$

$\Rightarrow 2d(a + 6d) = 0 \Rightarrow a = -6d \rightarrow d = -\frac{a}{6}$

~~d صفر نیست~~

(۱۱۵)

$d = 0$ قابل قبول! چون نقطه میماند

سوال ۷)

$a+d\ ,\ a+۳d\ ,\ a+۷d$

واسطه هندسی : $(a+۳d)^۲=(a+d)(a+۷d) \rightarrow a^۲+۶ad+۹d^۲=a^۲+۸ad+۷d^۲ \rightarrow ۲d^۲-۲ad=۰$

$\rightarrow \underbrace{۲d}_{\text{صفر نیست}}(d-a)=۰ \Rightarrow a=d$ دنباله را بنویسیم دوباره : $\underbrace{۲a}_{\times ۲},\ \underbrace{۴a}_{\times ۲},\ ۸a,\ \dots \rightarrow q=۲$

۳

$t_{۱۰}=aq^۹ \rightarrow \frac{۱}{۴}\times ۲^۹=۲^۷=۱۲۸$

سوال ۸)

$۳aq\ ,\ ۲aq^۲\ ,\ aq^۳$

$q=۳$

واسطه حسابی : $۲(۲aq^۲)=۳aq+aq^۳ \rightarrow aq^۳-۴aq^۲+۳aq=۰ \rightarrow aq(q^۲-۴q+۳)=۰$

۳

$\rightarrow \underbrace{aq}_{\text{نباید صفر باشد}}(q-۱)(q-۳)=۰ \begin{cases} q=۱ \text{ (نباید باشد)} \times \\ q=۳ \checkmark \end{cases}$

سوال ۹)

$\begin{cases} a=۲ \\ d=-\frac{۱}{۴} \end{cases}$

$a_{۴}=۲+۳(-\frac{۱}{۴})=۱\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}$

$a_{۸}=۲+۷(-\frac{۱}{۴})=\frac{۱}{۴}$

$a_{۱۳}=۲+۱۲(-\frac{۱}{۴})=-۱$

۲

دنباله هندسی : $\frac{۵}{۴}+x\ ,\ \frac{۱}{۴}+x\ ,\ -۱+x$

واسطه $\rightarrow (\frac{۱}{۴}+x)^۲=(\frac{۵}{۴}+x)(x-۱) \rightarrow \frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۲}x+x^۲=x^۲+\frac{۱}{۴}x-\frac{۵}{۴} \rightarrow \frac{۱}{۴}x=\frac{-۲۱}{۱۶} \rightarrow x=\frac{-۲۱}{۴}$

بازنویسی دنباله : $\frac{-۱۶}{۴}\ ,\ \frac{-۲۰}{۴}\ ,\ \frac{-۲۵}{۴} \rightsquigarrow q=\frac{\frac{-۲۵}{۴}}{\frac{-۲۰}{۴}}=\frac{\frac{-۲۰}{۴}}{\frac{-۱۶}{۴}} \Rightarrow \frac{۵}{۴}$

سوال ۱۰)

$a\ ,\ aq^۳\ ,\ aq^۶$

$a\ ,\ a+d\ ,\ a+۹d$ واسطه هندسی $(a+d)^۲=a(a+۹d) \rightarrow a^۲+۲ad+d^۲=a^۲+۹ad \rightarrow d^۲=۷ad$

$\hookrightarrow d=۷a$ *

$a+aq^۳+aq^۶=a+a+d+a+۹d=۷۳ \rightarrow ۳a+۱۰d=۷۳ \xrightarrow{*} ۳a+۱۰(۷a)=۷۳ \rightarrow ۷۳a=۷۳ \rightarrow a=۱$

$a=۱ \rightarrow d=۷a \rightarrow d=۷$

$a=۳a=۷^۳ \quad a=\frac{۷^۳}{۳}$

$q=۱$

$d=aq^۳-a=\frac{۷^۳}{۳}-\frac{۷^۳}{۳}=۰ \quad d=۰$

۱۲۸