۲۵

آرین شیخان دهم دفتران

۱- $\frac{a}{q}, a, aq, \dots \Rightarrow \frac{a}{q} \times a \times aq = 64 \to a^3 = 64 \to a = 4 \Rightarrow \frac{a}{q} + a + aq = 21 \Rightarrow \frac{4}{q} + 4 + 4q = 21$

$\Rightarrow \frac{4}{q} + 4q - 17 = 0 \Rightarrow 4q^2 - 17q + 4 = 0 \Rightarrow q = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4(4\times4)}}{2(4)} \Rightarrow q = \frac{17 \pm 15}{8}$

$\to$ ۱) $q = 4$

۲) $q = \frac{1}{4}$ چون حساب جا نیست $\frac{1}{4}$ قابل قبول است

۲- $(2x)^2 = (x^2-2)(x^2+4) \Rightarrow 4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8 \Rightarrow 2x^2 - x^4 - 8 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+2) = 0$

$x^2 = 4 \Rightarrow 8, 4, 2 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$

غ ق ق $x = \pm 2 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 8, -4, 2$

$S_7 = 8 \times \frac{1-(\frac{1}{2})^7}{1-\frac{1}{2}} = 8 \times \frac{1-\frac{1}{128}}{\frac{1}{2}} = \frac{127}{8}$

۳- $1 + q + q^2 + q^3 + q^4 = \frac{121}{81}$, $S_5 = a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + a_1q^4 = a_1(1+q+q^2+q^3+q^4)$

$= 243 \times \frac{121}{81} = 363$

۴- حسابی: $A = \frac{1+64}{2} = 32/5 \to$ هندسی: $B^2 = 1 \times 64 \Rightarrow B = \pm 8 \Rightarrow$

۱) $A+B = 32/5 + 8 = 40/5$

۲) $A+B = 32/5 - 8 = 24/5$

۵- $a_{101} = a_1 + 100d$, $d = \frac{-95}{4} - (-24) = \frac{1}{4} \Rightarrow a_{101} = -24 + 100 \times \frac{1}{4} = 1$

$128, a_2, \dots \Rightarrow a_n = 128 \times q^{n-1} \Rightarrow a_8 = 128 \times q^{8-1} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$

۶-

a_3, a_7, a_9

$a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 8d \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 8d) \Rightarrow a_1^2 + 36d^2 + 12a_1d = a_1^2 + 16d^2 + 10a_1d$

$\Rightarrow 20d^2 = 2a_1d \Rightarrow 2d(10d + a_1) = 0$

۱) $2d = 0 \to d = 0$

۲) $10d + a_1 = 0 \to d = \frac{-a_1}{10}$

۷-

a_2, a_4, a_8

$a_1 + d, a_1 + 3d, a_1 + 7d \Rightarrow (a_1 + 3d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 7d) \Rightarrow a_1^2 + 9d^2 + 6a_1d = a_1^2 + 7d^2 + 8a_1d \Rightarrow$

$2d^2 = 2a_1d \Rightarrow d = a_1 \Rightarrow 2a, 4a, 8a \Rightarrow q = \frac{4a}{2a} = 2 \to a_{10} = a_1q^9 = \frac{1}{4} \times 2^9 = 128$

۸

$۳a_۲ , ۲a_۳ , a_۴$

$۳(a_۱q) , ۲(a_۱q^۲) , a_۱q^۳ \Rightarrow ۲a_۱q^۲ = \frac{۳a_۱q + a_۱q^۳}{۲} \Rightarrow -۴a_۱q^۲ + ۳a_۱q + a_۱q^۳ = ۰$

$\Rightarrow a_۱q(-۴q + ۳ + q^۲) = ۰ \Rightarrow (q-۱)(q-۳) = ۰ \Rightarrow (q-۱)(q-۳) = ۰ \Rightarrow q=۱$ غ ق ق

$q = ۳$

۹

$d = \frac{۷}{۴} - ۲ = -\frac{۱}{۴} \Rightarrow a_۴ = ۲ + ۳ \times (-\frac{۱}{۴}) = \frac{۵}{۴}$

$a_۸ = ۲ + ۷ \times (-\frac{۱}{۴}) = \frac{۱}{۴}$

$a_{۱۳} = ۲ + ۱۲ \times (-\frac{۱}{۴}) = -۱$

$\rightarrow \frac{۵}{۴} + x , \frac{۱}{۴} + x , -۱ + x \Rightarrow (\frac{۱}{۴} + x)^۲ =$

$(x + \frac{۵}{۴})(x - ۱) \Rightarrow \frac{۱}{۱۶} + x^۲ + \frac{۱}{۲}x = x^۲ + \frac{۱}{۴}x - \frac{۵}{۴} \Rightarrow x = \frac{-۲۱}{۴} \Rightarrow -۴ , -۵ , \frac{-۲۵}{۴}$

$\Rightarrow q = \frac{\frac{-۲۵}{۴}}{\frac{-۵}{۱}} = \frac{۵}{۴}$

۱۰

$a_۱ + a_۱q^۳ + a_۱q^۶ = ۷۳$

$t_۱ = a_۱ = a , t_۲ = a_۴ = aq^۳ , t_{۱۰} = a_۷ = aq^۶$

$t_۲ = aq^۳$

$t_۲ = \underset{a}{t_۱} + d$

$aq^۳ = a_۱ + d \rightarrow d = a(q^۳ - ۱)$

$t_{۱۰} = aq^۶ = a + ۹a(q^۳ - ۱) = a + ۹aq^۳ - ۹a \Rightarrow aq^۶ - ۹aq^۳ + ۸a = ۰ \Rightarrow a(q^۶ - ۹q^۳ + ۸) \Rightarrow$

$q^۳ = \frac{۹ \pm \sqrt{۸۱ - ۳۲}}{۲} \Rightarrow q^۳ = ۸ \rightarrow q = ۲ ; \quad q^۳ = ۱ \Rightarrow q = ۱$

$\rightarrow q = ۱ \rightarrow a + a + a = ۷۳ \rightarrow a = \frac{۷۳}{۳}$

$q = ۲ \Rightarrow a + ۸a + ۶۴a = ۷۳$

$a = \frac{۷۳}{۳} \Rightarrow d = a(q^۳ - ۱) = \frac{۷۳}{۳} \times (۱ - ۱) = ۰$

$a = ۱ \Rightarrow d = a(q^۳ - ۱) = ۱ \times (۸ - ۱) = ۷$