۱

۲

۳

۴

۵

۶

$a+۲d \quad a+۶d \quad a+۱۸d$

$\frac{a+۶d}{a+۲d} = \frac{a+۱۸d}{a+۶d} \qquad a^۲+۳۶d^۲+۱۲ad = a^۲+۱۶d^۲+۱۰ad$

$۲۰d^۲+۲ad=0$

$a+۱۰d=0 \Rightarrow a=-۱۰d$

$d=\frac{a}{-۱۰}$

۷

$a+d \qquad a+۳d \qquad a+۷d$

$\frac{a+۳d}{a+d} = \frac{a+۷d}{a+۳d} \Rightarrow a^۲+۹d^۲+۶ad = a^۲+۷d^۲+۸ad$

$۲d^۲-۲ad=0$

$۲a \xrightarrow{q=۲} ۴a \quad ۸a \qquad d-a=0$

$d=a$

$a_{۱۰}=\frac{۱}{۴}\times ۲^۹ = ۲^۷ = ۱۲۸ \quad (۴ = ۲^۲)$

۸

$۳(ar),\ ۲(ar^۲),\ ar^۳$

$۳ad^۲-۳ad = ad^۳-۱ad^۲$

$۲d-۳ = d^۲-۲d \qquad d^۲-۴d=-۳ \qquad d=۳$

$(d-۲)^۲=۱ \qquad d-۲=۱$

$d-۲=-۱$

$d=۱$

۹

$۲,\ \frac{۷}{۴},\ \ldots \qquad ۲-\frac{۱}{۴}(n-1) \qquad a_۴ = ۲-\frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۴} \quad a_۸ = ۲-\frac{۷}{۴}=\frac{۱}{۴}$

$d=-\frac{۱}{۴} \qquad a_{۱۲} = ۲-۳=-۱$

$\frac{۵}{۴}+n \qquad \frac{۱}{۴}+n \qquad -۱+n \rightarrow \frac{-۱۶}{۴},\ \frac{-۲۰}{۴},\ \frac{-۲۵}{۴},\ \ldots \qquad \boxed{r=\frac{۵}{۴}}$

$\frac{\frac{۱}{۴}+n}{\frac{۵}{۴}+n} = \frac{-۱+n}{\frac{۱}{۴}+n} \qquad \frac{۱}{۱۶}+n^۲+\frac{۱}{۲}n = \frac{-۵}{۴}+\frac{۱}{۴}n+n^۲$

$\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۴}n=\frac{-۵}{۴} \qquad \frac{۱}{۴}n=\frac{-۲۱}{۱۶} \qquad n=\frac{-۲۱}{۴}$

10-

$$a + ad^3 + ad^6 = 78$$

$$ad^3 - a = \frac{ad^6 - ad^3}{8}$$

$$a(d^3 - 1) = \frac{a(d^6 - d^3)}{8} \Rightarrow 8d^3 - 8 = d^6 - d^3$$

$$9d^3 - 8 = d^6$$

$$\frac{81}{4} - 8 = d^6 - 9d^3 + \frac{81}{4}$$

$$\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(d^3 - \frac{9}{2}\right)^2 \longleftarrow \frac{7}{2} = d^3 - \frac{9}{2}$$

$$\frac{49}{4} \quad a = 1$$

$$1 = d^3 \rightarrow \boxed{d = 2}$$

$$\frac{-7}{2} = d^3 \frac{-9}{2} \Rightarrow d^3 = 1 \quad \boxed{d = 1}$$

$$a(1 + 8 + 64) = 78$$

$$a = 2$$

$$r = 8 - 1 = 7$$

$$a(1 + 1 + 1) = 78$$

$$a = 26$$

$$26\frac{1}{3} \quad 24\frac{1}{4}$$

$$\boxed{r = 5}$$