نام و نام خانوادگی: آلا وسناء پیری — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره: ۱۵ — کلاس: دهم دختر

۲۵

۱

$a_1 + a_2 + a_3 = 21$, $a_1 \times a_2 \times a_3 = 64$ $\to a + \underbrace{ar}_{4} + ar^2 = 21$, $a \times ar \times ar^2 = 64$

$a^3r^3 = 64 \to ar = 4 \to a = \frac{4}{r}$

$a + 4 + ar^2 = 21$

$a + ar^2 = 17$, $a(1+r^2) = 17$, $\frac{4}{r}(1+r^2) = 17$

$\frac{4}{r} + 4r = 17 \to \frac{4+4r^2}{r} = 17 \to 4 + 4r^2 = 17r \to 4r^2 - 17r + 4 = 0 \to r^2 - 17r + 16 = 0 \to (r-1)(r-16)$

$r = \frac{1}{4}$ یا $r = \frac{16}{4} = 4$ چون گفته نزولی پس $r = \frac{1}{4}$ → $\boxed{r = \frac{1}{4}}$ جواب $\to 16, 4, 1$

۲

$x^2+4 , 2x , x^2-2$ (هندسی $S_n = a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$) $\to S_7 = x^2+4\left(\frac{q^7-1}{q-1}\right)$

$ac = b^2 \to (x^2+4)(x^2-2) = 4x^2 \to x^4 - 2x^2 + 4x^2 - 8 = 4x^2 \to x^4 + 2x^2 - 8 = 4x^2 \to x^4 - 8 = 2x^2$

$x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \to (x^2-4)(x^2+2) \to x^2 = 4 \to x = \mp 2$, $x^2 = -2$ غیرقابل قبول ✗

$\xrightarrow{x=2} \boxed{8, 4, 2}$ هم هندسی است و هم نزولی ، $\xrightarrow{x=-2} 8, -4, 2 \to$ هندسی نیست ✗

$8, 4, 2$ ($\times\frac{1}{2}$, $\times\frac{1}{2}$) $\to q = \frac{1}{2}$

$S_7 = 8\left(\frac{1^7 - \frac{1}{2^7}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 8\left(\frac{\frac{127}{128}}{\frac{1}{2}}\right) = 8 \times \frac{127}{64} = \frac{127}{8} = \boxed{15.875}$ جواب

۳

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \to a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 \to a(\underbrace{1+r+r^2+r^3+r^4}_{\frac{121}{81}}) \to a = 243$

$S_5 = 243 \times \frac{121}{81} = \boxed{363}$ جواب

۴

$b = 64$, $a = 1$, $d = \frac{b-a}{n+1} \to d = \frac{64-1}{5+1} = \frac{63}{6} = 10.5 \to a_4 = a + (n-1)d \to a_4 = 1 + (3 \times 10.5)$ (جمله وسط)

$q^{n+1} = \frac{b}{a} \to \frac{64}{1} = q^6 \to 64 = q^6 \to 2^6 = q^6 \to q = \mp 2$

$a_4 = 32.5 \Rightarrow A = 32.5$

جمله وسط $a_4 = aq^3 \to 1 \times 2^3 = 8 \Rightarrow B = 8$

$A + B = 32.5 + 8 = \boxed{40.5}$ جواب ، $A + B = 32.5 - 8 = \boxed{24.5}$ جواب ، $a_4 = aq^3 \to 1 \times -2^3 = -8 \Rightarrow B = -8$

۵

$-24, \frac{-95}{4}, \ldots \to a_2 = a_1 + d \to \frac{-95}{4} = -24 + d \to \frac{-95}{4} + \frac{96}{4} = d \to d = \frac{96-95}{4} = \frac{1}{4}$

$a_{101} = a + (100 \times d) \to a_{101} = -24 + (100 \times \frac{1}{4}) \to a_{101} = -24 + 25 = 1$

a_{101} (حسابی) $= a_8$ (هندسی) $\to a_8 = 1 \to ar^7 = 1$, $a = 128 \to 128 \times r^7 = 1 \to r^7 = \frac{1}{128} \to \boxed{r = \frac{1}{2}}$ جواب

۶

$a+2d , a+6d , a+8d , \ldots$, $ac = b^2 \to (a+2d)(a+8d) = (a+6d)^2$

$a^2 + \underbrace{8ad + 2ad}_{10ad} + 16d^2 = a^2 + 12ad + 36d^2 \to 2ad + 20d^2 = 0 \to ad + 10d^2 = 0$, $d(\underbrace{a+10d}_{0}) = 0$, $d = 0$

$a + 10d = 0 \to a = -10d$ جایگذاری $\to -8d , -4d , -2d \to q = \frac{1}{2}$ ✓ ($\times\frac{1}{2}$, $\times\frac{1}{2}$)

$\boxed{d = \frac{-a}{10}}$ جواب ، $\boxed{d = 0}$ = دنباله هم حسابی است و هم هندسی

نام و نام خانوادگی: آلاو شاه‌پیری — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۵ — کلاس: دهم (دختر)

۷

$a+d,\ a+3d,\ a+7d \rightarrow a_1$ (هندسی) $= a_2$ (حسابی) $= \frac{1}{4} \rightarrow a+d=\frac{1}{4} \qquad ac=b^2$

$(a+d)(a+7d)=(a+3d)^2 \rightarrow a^2+\underbrace{7ad+ad}_{8ad}+7d^2=a^2+6ad+9d^2$

$2ad=2d^2 \rightarrow a=d \rightarrow a+a=\frac{1}{4} \rightarrow a=\frac{1}{8}=d$

$\frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ 1$ ($\times 2$, $\times 2$) $\rightarrow q=2,\ a=\frac{1}{4} \qquad a_{10}=ar^9 \rightarrow a_{10}=\frac{1}{4}\times 2^9 \rightarrow a_{10}=\frac{1}{4}\times 512 \rightarrow \boxed{a_{10}=128}$ جواب

۸

$3a_2,\ 2a_3,\ a_4$ ($3ar,\ 2ar^2,\ ar^3$) $\rightarrow a+c=2b \rightarrow 3ar+ar^3=4ar^2 \rightarrow ar(3+r^2)=4ar^2 \rightarrow 3+r^2=4r$

$r^2-4r+3=0 \rightarrow (r-3)(r-1) \rightarrow r=3$ یا $r=1$

$r=3 \rightarrow 9a,\ 18a,\ 27a$ ($+9a$, $+9a$) $\qquad r=1 \rightarrow 3a,\ 2a,\ a$ ($-1a$, $-1a$) $\times$ $\qquad \boxed{r=3}$ جواب

۹

$2,\ \frac{7}{4},\ \dots \rightarrow a_2=a+d \rightarrow \frac{7}{4}=2+d \rightarrow \frac{7}{4}-\frac{8}{4}=d \rightarrow d=\frac{-1}{4} \qquad a_4=a+3d \rightarrow a_4=2-\frac{3}{4} \rightarrow a_4=\frac{5}{4}$

$a_8=a+7d \rightarrow a_8=2-\frac{7}{4} \rightarrow a_8=\frac{1}{4} \qquad a_{12}=a+11d \rightarrow a_{12}=2-3 \rightarrow a_{12}=-1$

$\frac{5}{4},\ \frac{1}{4},\ -1 \xrightarrow{+x} \frac{5}{4}+x,\ \frac{1}{4}+x,\ -1+x \qquad ac=b^2 \rightarrow (\frac{5}{4}+x)(x-1)=(\frac{1}{4}+x)^2 \rightarrow$

$\frac{5}{4}x-\frac{5}{4}+x^2-x=\frac{1}{16}+\frac{1}{2}x+x^2 \rightarrow \frac{-1}{4}x=\frac{21}{16} \rightarrow -x=\frac{21}{4} \rightarrow x=\frac{-21}{4}$

$\frac{5}{4}-\frac{21}{4},\ \frac{1}{4}-\frac{21}{4},\ -\frac{4}{4}-\frac{21}{4} \rightarrow -4,\ -5,\ -\frac{25}{4} \rightarrow q=\frac{-5}{-4}=\boxed{\frac{5}{4}}$ جواب

۱۰

هندسی: $a_1+a_4+a_7=73 \rightarrow a+ar^3+ar^6=73 \rightarrow a(1+r^3+r^6)=73$

حسابی: $a_1, a_2, a_{10} \rightarrow a,\ a+d,\ a+9d \qquad a+d=ar^3 \rightarrow d=a(r^3-1)$

$a+9d=ar^6 \rightarrow d=\frac{a(r^6-1)}{9} \rightarrow a(r^3-1)=\frac{a(r^6-1)}{9} \rightarrow d=\frac{a(r^6-1)}{9} \rightarrow a=0 \rightarrow \boxed{d=0}$

$r^3-1=\frac{(r^3-1)(r^3+1)}{9} \rightarrow 1=\frac{r^3+1}{9} \rightarrow 9=r^3+1 \rightarrow r^3=8 \rightarrow r=2$

$a\underbrace{(1+8+64)}_{73}=73 \rightarrow a=1 \qquad d=a(r^3-1)=1(8-1) \rightarrow \boxed{d=7}$