۲۰

نگار فتحی — به نام پروردگار نور — تکلیف شماره ۱۵ دهم (دختر) پنجشنبه

۱- $\frac{a}{q}, a, aq \qquad \frac{a}{q}\times a\times aq = a^۳ = ۶۴ \to a=۴ \qquad \frac{۴}{q}+۴+۴q=۲۱$

$۴+۴q+۴q^۲=۲۱q \to ۴q^۲-۱۷q+۴=۰ \to q^۲-۱۷q+۱۶=۰$

$(q-۱۶)(q-۱) \to q=\cancel{\frac{۱۶}{۴}}, \frac{۱}{۴}$ غیرحسابی $q=\frac{۱}{۴}$

۲- $(x^۲+۴)(x^۲-۲)=۴x^۲ \to x^۴+۲x^۲-۸=۴x^۲ \to x^۴-۲x^۲-۸=۰$

$\frac{۲\pm\sqrt{۴+۳۲}}{۲}= \to x^۲=-۲, ۴ \quad \cancel{x^۲=-۲} \quad x^۲=۴ \to x=\pm۲ \xrightarrow{q>۰} x=۲$

نزولی

$۸, ۴, ۲, \ldots \to S_۷=۸\left(\frac{۱-(\frac{۱}{۲})^۷}{۱-\frac{۱}{۲}}\right)=۱۶\times\frac{۱۲۷}{۱۲۸}=\frac{۱۲۷}{۸}$

۳- $a(۱+q+q^۲+q^۳+q^۴)=a+aq+aq^۲+aq^۳+aq^۴=\frac{۱۲۱}{۸}\times a=۳۶۳ \quad a=۲۴$

۴- $d=\frac{۶۴-۱}{۶}=\frac{۶۳}{۶}$ جمله چهارم (وسط) $=a+۳d \to ۱+۳\left(\frac{۶۳}{۶}\right)=۳۲{,}۵$

$\frac{۶۴}{۱}=q^۶ \to q=\pm۲ \quad q=۲: aq^۳=۱\times(۲)^۳=۸ \quad q=-۲: aq^۳=۱\times(-۲)^۳=-۸$

$A+B=۳۲{,}۵+۸=۴۰{,}۵$ یا $A+B=۳۲{,}۵-۸=۲۴{,}۵$

۵- $a_{۱۰۱}=a+۱۰۰d \to -۲۴+\left(۱۰۰\times\frac{۱}{۴}\right)=۱ \quad -\frac{۹۵}{۴}-(-۲۴)=d=\frac{۱}{۴}$

$a_۸=aq^۷=۱۲۸\times q^۷=۱ \to q^۷=\frac{۱}{۱۲۸} \to q=\frac{۱}{۲}$

۶- $a+2d,\ a+6d,\ a+8d \qquad (a+6d)^2=(a+2d)(a+8d)$

$a^2+36d^2+12ad=a^2+10ad+16d^2 \longrightarrow 20d^2+2ad=0 \longrightarrow 2d(10d+a)=0$

$d=0 \qquad 10d+a=0 \longrightarrow 10d=-a \longrightarrow d=-\frac{1}{10}a$

۷- $a+d,\ a+3d,\ a+7d \longrightarrow (a+3d)^2=(a+d)(a+7d)$

$a^2+9d^2+6ad=a^2+8ad+7d^2 \longrightarrow 2d^2-2ad=0 \longrightarrow 2d(d-a)=0$

$\cancel{d=0} \qquad d=a \qquad aq^9=\frac{1}{4}\times q^9 \qquad 2d,\ 4d,\ 8d \quad (\times 2,\ \times 2) \quad q=2$

مسابقه

$\frac{1}{4}\times(2)^9=128$

۸- $3aq,\ 2aq^2,\ aq^3 \longrightarrow 4aq^2=3aq+aq^3$ غیرثابت

$q^2-4q+3=0 \longrightarrow (q-1)(q-3) \longrightarrow q=\cancel{1},3$

۹- $a+3d,\ a+7d,\ a+12d \qquad \frac{7}{4}-2=-\frac{1}{4}\longrightarrow d$

$\frac{5}{4}$ ل $\quad \frac{1}{4}$ ل $\quad -1$ ل

$\left(\frac{1}{4}+x\right)^2=\left(\frac{5}{4}+x\right)(-1+x) \Rightarrow \frac{1}{16}+x^2+\frac{1}{2}x=-\frac{5}{4}+\frac{1}{4}x+x^2$

$\frac{1}{4}x=-\frac{21}{16} \longrightarrow x=-\frac{21}{4} \qquad t_4=\frac{5}{4}-\frac{21}{4}=-4 \qquad t_8=\frac{1}{4}-\frac{21}{4}=-\frac{20}{4}=-5$

$q=\frac{-5}{-4}=\frac{5}{4}$

۱۰- $a,\ aq^3,\ aq^6 \longrightarrow t,\ \underbrace{t+d,}_{d}\ \underbrace{t+9d}_{8d} \qquad \frac{1}{8}(aq^6-aq^3)=aq^3-a$

$8q^3-8=q^6-q^3$

$\Rightarrow q^6-9q^3+8=0 \longrightarrow (q^3-8)(q^3-1) \longrightarrow q^3=8,1 \longrightarrow q=2,1$

$a+aq^3+aq^6=73 \longrightarrow a(1+q^3+q^6) \xrightarrow{q=1} a(1+1+1) \Rightarrow a=\frac{73}{3}$

$\xrightarrow{q=2} a(1+8+64)=73 \Rightarrow a=1$

$q=1 \longrightarrow t=73 \longrightarrow \frac{73}{3},\ \frac{73}{3},\ \ldots \longrightarrow d=0$

$q=2 \longrightarrow t=1 \longrightarrow 1,\ 8,\ \ldots \longrightarrow d=7$