

الف) $t_1 = \frac{1}{r}$ $q = 2$

$t_n = t_1 q^{n-1} \rightarrow t_{10} = \frac{1}{r} \times (2)^9 = 128$

ب) $\frac{t_{14}}{t_{13}} = \frac{t_1 q^{14}}{t_1 q^{13}} = q = 2^k = 16$

ج) $b^2 = t_k \cdot t_{10} \rightarrow b^2 = t_k^2 q^4$

$\rightarrow b = \pm t_k q^2 = \pm t_1 \rightarrow \frac{1}{r} (2)^4 = 32$

$= b = \pm 32$

$\Rightarrow 128 = \frac{1}{r} (2)^{n-1}$

$128 = r^{n-1} \rightarrow 128 = 2^n$

$n = \sqrt[n]{128} = 7$

۱

$\frac{t_n}{t_5} = q^k \rightarrow \frac{94}{12} = n = q^k \rightarrow q = 2$

$t_5 = t_1 q^k = 12 \rightarrow t_1 = \frac{12}{2^k} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

$t_n = t_1 q^{n-1} \rightarrow t_{10} = \frac{6}{7} (2)^9 = 3168$

۲

الف) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 243$

$a^5 q^{10} = 243 \xrightarrow{\sqrt[5]{}} a q^2 = a_3 = 3$

ب) $a_1 \cdot a_5 = \frac{a_3}{q^2} \times a_3 q^2 = a_3^2 = 3^2 = 9$

۳

در دنباله هندسی $\rightarrow (F\sqrt{F})^2 = r^b \cdot r^a$

$r^5 = 32 = r^{b+a} \rightarrow a+b=5$

در دنباله حسابی $= b = \frac{a+b}{2} \rightsquigarrow b = \frac{5}{2} = 2.5$

۴

$t_{10} \times t_{11} = t_1^2 \rightarrow x^9 = (1-x)(1+x)$

$x^9 = 1 - x^2$

$10x^9 = 1$

$x^9 = \frac{1}{10}$

$x = \pm \frac{1}{\sqrt[9]{10}} = \pm \frac{\sqrt[9]{10}}{10}$

باتوجه به اینکه فاصله بین این جهان q^k در هر کسبت است بوده پس جیباً این 32 عدد هم علامت اند بین امتحان می‌کنیم:

$x = -\frac{\sqrt[9]{10}}{10} \rightarrow t_{10} = \frac{2+\sqrt[9]{10}}{10} \quad t_{11} = -\frac{\sqrt[9]{10}}{10} \quad t_{12} = \frac{2-\sqrt[9]{10}}{10}$

$x = +\frac{\sqrt[9]{10}}{10} \rightarrow t_{10} = \frac{2-\sqrt[9]{10}}{10} \quad t_{11} = \frac{\sqrt[9]{10}}{10} \quad t_{12} = \frac{2+\sqrt[9]{10}}{10}$

پس باتوجه به این نتیجه می‌گیریم $x = \pm \frac{\sqrt[9]{10}}{10}$

۵

$$\begin{aligned} t_1 + t_r &= t_1 + t_1 q^r = 2n \rightarrow t_1(1 + q^r) = t_1(1 + q)(1 + q^r - q) \rightarrow \frac{2n}{1r} = \frac{1 + q^r - q}{q} = \frac{1f}{4} \\ t_r + t_p &= t_1 q + t_1 q^r = 1r \rightarrow t_1 q(1 + q) \end{aligned}$$

$$\rightarrow 4 + 4q^r - 4q = 1f q$$

$$4q^r - 10q + 4 = 0 \rightarrow q = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 144}}{1r} \rightarrow q = \frac{1}{3} \text{ or } 1$$

$$t_1(1 + \frac{1}{3}) = 2n \rightarrow t_1 = 2V$$

$$t_1(1 + 2V) = 2n \rightarrow t_1 = 1 \rightarrow t_r = 2V$$

$$a_1 \cdot a_r \cdot a_p = 2V \rightarrow \frac{t_r}{q} \cdot t_r \cdot t_p = 2V \rightarrow t_r^2 = 2V \rightarrow t_r = 3 \quad q = f + 5r$$

$$a_1 + a_r + a_p = 13$$

$$\frac{w}{q} + 3 + 3q = 13$$

$$w(\frac{1}{q} + 1 + q) = 13 \cdot \frac{13}{3}$$

$$\frac{1 + q + q^2}{q} = \frac{13}{3} \rightarrow 3 + 3q + 3q^2 = 13q \rightarrow 0 = 3q^2 - 10q + 3$$

$$q = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6}$$

$$q = 3 \text{ or } \frac{1}{3}$$

$$q = 3 \rightarrow 1, 3, 9$$

$$q = \frac{1}{3} \rightarrow 9, 3, 1$$

$$q = \frac{4}{3} = 3$$

$$\text{الف) } S_{10} = r \left(\frac{w^{10} - 1}{w - 1} \right) = 3^{10} - 1 = 59049$$

$$\text{ب) } P_{10} = \sqrt{(a_1 \cdot a_{10})^{10}} = \sqrt{(a_1^2 q^9)^{10}} = a_1^{10} \cdot q^{90} = \frac{10}{3} \times 3^{90}$$

$$a, aq, aq^r, aq^3, \dots$$

$$aq - a, aq^r - aq, aq^3 - aq^r \leftarrow \text{دنباله جدید}$$

از آنجایی که می دانیم در دنباله هندسی هر جمله (به جز جمله اول) از حاصل ضرب عدد قبلی در عدد ثابت به دست می آید پس:

$$\frac{aq^r - aq}{aq - a} = q, \quad \frac{aq^3 - aq^r}{aq^r - aq} = q \rightarrow \text{خوب پس یعنی به دنباله جدید هم یک نسبت ثابت است}$$

در دنباله اولی قدر نسبت q بود و

در دنباله جدید که می بینیم هندسی است نیز می بینیم باز هم قدر نسبت

q است و قدر نسبت تقریبی $\rightarrow$ در دنباله هندسی باز هم قدر نسبت

همان است پس می توانیم بگوییم q در دنباله هندسی باز هم قدر نسبت

$$\text{الف) } a_1 + a_r + a_p + \dots + a_{n-1} + a_n =$$

$$\rightarrow \text{تعداد این لایه ها} \rightarrow S_n = \frac{n}{r} (a_1 + a_n) = \frac{n}{r} (ra_1 + d(n-1))$$

$$\rightarrow \text{تعداد این لایه ها} \rightarrow S_n = \frac{n}{r} (a_1 + a_n) = \frac{n}{r} (ra_1 + d(n-1))$$

$$\text{ب) } S_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^r + a_1 q^3 + \dots + a_1 q^{n-1}$$

$$q S_n = a_1 q + a_1 q^r + a_1 q^3 + a_1 q^5 + \dots + a_1 q^n$$

$$S_n - q S_n = a_1 - a_1 q^n \rightarrow S_n(1 - q) = a_1(1 - q^n) \rightarrow S_n = a \frac{(1 - q^n)}{(1 - q)}$$