نام و نام خانوادگی ......پارمین رئیسی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۴.... کلاس ..دهم ریاضی ۲.......

۱

الف) ۲۵۶

جمله عمومی → $a_n = a_1 \times r^{n-1} = \frac{۱}{۲} \times (۲)^{n-1} \Rightarrow a_{۱۰} = a_1 \times (۲)^۹ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸ = ۲۵۶$

$\frac{a_۲}{a_۱} = r = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} = ۲$

ب) ۱۶

$\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{\cancel{a_1} r^{۱۶}}{\cancel{a_1} r^{۱۲}} = r^۴ = ۲^۴ = \boxed{۱۶}$

ج) ±۳۲

$a_۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۳ = ۴$

$a_{۱۰} = ۲۵۶$

(واسطه هندسی)$^۲ = ۴ \times ۲۵۶$ ۱۰۲۴

واسطه هندسی ±۳۲ ← اگر در [illegible] نشود ۳۲- هم می‌شد.

د) ۹ام

$\cancel{\frac{۱}{۲}} \times ۲^{n-1} = \cancel{۱۲۸}\ ۲۵۶ = ۲^۸$

$n-1 = ۸ \Rightarrow n = \boxed{۹}$

۲

$a_1 r^۴ = ۱۲$

$a_1 r^۷ = ۹۶$

$\frac{a_1 r^۷}{a_1 r^۴} = \frac{۹۶}{۱۲} \Rightarrow r^۳ = ۸ \Rightarrow r = ۲$

$a_1 r^۴ = ۱۲ \xrightarrow{r=۲} a_1 \times ۱۶ = ۱۲ \to a_1 = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴}$

$a_{۱۰} = a_1 \times r^۹ = \frac{۳}{\cancel{۴}} \times \cancel{۲^۹}\ ۲^۷ = ۱۲۸ \times ۳ = ۳۸۴$

۳

الف) ۳

$$\overbrace{a_1 \times \underbrace{a_2 \times a_3 \times a_4}_{} \times a_5}^{a_۳ \times a_۳} = ۲۴۳$$

$a_2 \times a_4 \to a_۳ \times a_۳$

طبق قانون اندیس‌ها =

$(a_۳)^۵ = ۲۴۳ \Rightarrow \boxed{a_۳ = ۳}$

ب) ۹

$a_1 \times a_5 = a_3 \times a_3 = ۳ \times ۳ = \boxed{۹}$

۴

واسطه هندسی $= ۲^b \times ۲^a = (۴\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow ۲^{a+b} = ۲^۵ \Rightarrow a+b = ۵$

واسطه حسابی بین a و b $= \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = \boxed{۲{,}۵}$

۵

$$\begin{tikzcd} a_۳ \arrow[r, bend left, no head, "\times r^۴"] & a_۷ \arrow[r, bend left, no head, "\times r^۴"] & a_{۱۱} \end{tikzcd}$$

$x+1 \qquad x \qquad 1-x$

(تعادل اندیس‌ها) $a_۷ \times a_۷ = a_۳ \times a_{۱۱}$ ⇐ ۳ جمله با فاصله یکسان

$x^۲ = (۱-x)(۱+x) \Rightarrow x^۲ = ۱ - x^۲ \Rightarrow$

$۲x^۲ = ۱ \Rightarrow x^۲ = \frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow x = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}} = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۶

$a_۱ + a_۴ = ۲۸ \Rightarrow a_۱ + a_۱r^۳ = ۲۸ \Rightarrow \frac{\cancel{a_۱}(r^۳+۱)}{\cancel{a_۱}r(r+۱)} = \frac{\cancel{(r+۱)}(r^۲+۱-r)}{r\cancel{(r+۱)}} = \frac{۷}{۳}$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲ \Rightarrow a_۱r + a_۱r^۲ = ۱۲ \Rightarrow$

$۳r^۲+۳-۳r = ۷r \Rightarrow ۳r^۲-۱۰r+۳=۰ \Rightarrow r^۲-۱۰r+۹=۰ \Rightarrow (r-۹)(r-۱)=۰$

$r = \frac{۹}{۳} = ۳ \qquad r = \frac{۱}{۳}$

$\overset{r=۳}{\Rightarrow} a_۱(r^۳+۱) = ۲۸$

$a_۱(۲۷+۱) = ۲۸ \Rightarrow a_۱ = ۱ \quad \overset{r=۳}{\Rightarrow} ۱, ۳, ۹, \boxed{۲۷}$

$\overset{r=\frac{۱}{۳}}{\Rightarrow} a_۱\left(\frac{۱}{۲۷}+۱\right) = ۲۸ \Rightarrow a_۱ = ۲۷ \quad \overset{r=\frac{۱}{۳}}{\Rightarrow} \boxed{۲۷}, ۹, ۳, ۱$

$\frac{۲۸}{۲۷}$

$\Rightarrow$ بزرگ‌ترین جمله = $\underline{۲۷}$

۷

$\overset{a_۱}{a_۱} + \overset{a_۱r}{a_۲} + \overset{a_۱r^۲}{a_۳} = ۱۳ \Rightarrow a_۱ + ۳ + ۳r = ۱۳ \Rightarrow a_۱ + ۳r = \boxed{۱۰}$

$a_۱ = ۱۰ - ۳r$

$\overset{a_۱}{a_۱} \times \overset{a_۱r}{a_۲} \times \overset{a_۱r^۲}{a_۳} = ۲۷ \Rightarrow a_۱^۳r^۳ = ۲۷ \Rightarrow \boxed{a_۱r = ۳} \Rightarrow (۱۰-۳r)r = ۳ \Rightarrow ۱۰r - ۳r^۲ = ۳$

$-۳r^۲+۱۰r-۳ = ۰$

$r^۲+۱۰r+۹ = ۰$

$(r+۱)(r+۹) = ۰$

$r = \begin{cases} \frac{-۱}{-۳} = \frac{۱}{۳} \\ \frac{-۹}{-۳} = ۳ \end{cases}$

$a_۱ \times r = ۳ \Rightarrow r = ۳ \Rightarrow a_۱ = ۱ \overset{\text{دنباله ۱}}{\Rightarrow} \overset{a_۱}{\boxed{۱}}, \overset{a_۲}{\boxed{۳}}, \overset{a_۳}{\boxed{۹}}$

$a_۱ \times r = ۳ \Rightarrow r = \frac{۱}{۳} \Rightarrow a_۱ = ۹ \overset{\text{دنباله ۲}}{\Rightarrow} \overset{a_۱}{\boxed{۹}}, \overset{a_۲}{\boxed{۳}}, \overset{a_۳}{\boxed{۱}}$

۸

الف) $\text{جمع} = a_۱ \cdot \frac{(q^n-۱)}{q-۱} = \cancel{۲} \times \frac{۳^{۱۰}-۱}{\cancel{۳-۱}} = ۳^{۱۰} - ۱ = ۵۹۰۴۸$

$q = \frac{۶}{۲} = \boxed{۳}$

$a_{۱۰} = a_۱ \times r^۹ = ۲ \times ۳^۹$

ب) $\sqrt[۲]{(a_۱ \times a_{۱۰})^{۱۰}} = (۲ \times ۲ \times ۳^۹)^۵ = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

۹

$a_۱ , a_۱r , a_۱r^۲ , a_۱r^۳$

$\underbrace{a_۱r - a_۱}_{a_۱(r-۱)} , \underbrace{a_۱r^۲ - a_۱r}_{a_۱r(r-۱)} , \underbrace{a_۱r^۳ - a_۱r^۲}_{a_۱r^۲(r-۱)}$

اعداد حاصل تشکیل دنباله هندسی با همان قدر نسبت را می‌دهند! $r' = r$

$r' = \frac{a_۱r\cancel{(r-۱)}}{a_۱\cancel{(r-۱)}} = r$

۱۰

الف) $S_n = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \dots + a_n \Rightarrow a_۱ + a_۱ + d + a_۱ + ۲d + \dots + a_۱ + (n-۱)d =$

$n a_۱ + (\underbrace{۱+۲+\dots+(n-۱)}_{\frac{(n-۱)n}{۲}})d = n a_۱ + \frac{(n-۱)n}{۲}d =$

(فاکتور $\frac{n}{۲}$)

$= \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$

ب) $S_n = a + ar + ar^۲ + \dots + ar^{(n-۱)}$

$\times r$

$rS_n = ar + ar^۲ + \dots + ar^n$

$rS_n - S_n = a_۱r^n - a_۱ \Rightarrow S_n(r-۱) = a_۱(r^n-۱)$

$\Rightarrow S_n = \frac{a_۱(r^n-۱)}{(r-۱)}$