نام و نام خانوادگی ......لیلا برکتی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۴.. کلاس ...دهم تجربی......

۱

الف) $a_n = aq^{n-1} \to 2^{-1}\times 2^{n-1} = 2^{n-2} \to a_{10} = 2^8 = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = q^4 = 2^4 = 16$

ج) $q^{n+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow q^2 = \frac{a_{10}}{a_4} = q^6 = 2^6 \Rightarrow q = 8 , 4 , 32 , 256$

د) $128 = \frac{1}{2}\times 2^{n-1} \to 2^7 = 2^{n-2} \to 7 = n-2 \to n = 9$

۲

$\frac{a_8}{a_5} = q^3 \to \frac{96}{\cancel{12}_{8}} = q^3 \to q = 2$

$\to a_{10} = a_8 q^2 = 96\times 4 = 384$

۳

الف) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = a^5 d^{10} = 243 \to (ad^2)^5 = 3^5 \to ad^2 = 3 \to a_3 = 3$

ب) $a_1 \cdot a_5 = a^2 d^4 = (ad^2)^2 = 3^2 = 9$

۴

$\underbrace{(4\sqrt{2})^{\cancel{2}}}_{32} = 2^a \times 2^b \to 2^5 = 2^{a+b} \to a+b = 5$

واسطه حسابی بین a,b $= \frac{a+b}{1+1} = \frac{5}{2} = 2/5$

۵

$\frac{a_{11}}{a_7} = \frac{a_7}{a_3} = q^4 \Rightarrow$ a_7 واسطه هندسی بین a_{11}, a_3

$x^2 = (1+x)(1-x) \Rightarrow x^2 = 1-x^2 \to 2x^2 = 1 \to x = \frac{1}{\sqrt2}\times\frac{\sqrt2}{\sqrt2} = \pm\frac{\sqrt2}{2}$

$\to x = -\frac{\sqrt2}{2} \to q^4 = \frac{-\frac{\sqrt2}{2}+1}{-\frac{\sqrt2}{2}} = \frac{-\sqrt2+2}{-\sqrt2} = \frac{(-\sqrt2+2)(-\sqrt2)}{2} = \frac{2-2\sqrt2}{2} = 1-\sqrt2$

$\Rightarrow 1-\sqrt2 < 0$, $q^4 > 0 \to x \neq -\frac{\sqrt2}{2}$, $x = \frac{\sqrt2}{2}$

۶

$a+aq^{۳}=۲۸ \to a(1+q^{۳})=a(1+q)(1-q+q^{۲})=۲۸ \to \frac{a_1+a_4}{a_2+a_3}=\frac{a\cancel{(1+q)}(1-q+q^{۲})}{aq\cancel{(1+q)}}=\frac{\cancel{۲۸}}{\cancel{۸}}=\frac{۷}{۲}$

$۳-۳q+۳q^{۲}=۷q \to ۳-۱۰q+۳q^{۲}=۰ \to \Delta=۱۰۰-۴(۹)=۶۴ \to q=\frac{۱۰\pm\sqrt{۶۴}}{۲(۳)}=\frac{۱۰\pm ۸}{۶}$

$q_1=\frac{۱۸}{۶}=۳$ قدر نسبت بزرگتر $\quad q_2=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳} \to a=۱ \to$ بزرگترین جمله $=aq^{۳}=۱\times(۳)^{۳}=۲۷$

۷

$\frac{a}{q}\times a\times aq=۲۷ \to a^{۳}=۲۷ \to a=۳$

$\frac{۳}{q}+۳+۳q=۱۳ \to \frac{۳}{q}+۳q=۱۰ \xrightarrow{\times q} ۳+۳q^{۲}-۱۰q=۰ \xrightarrow{\text{معادله سوال قبل}} q=\frac{۱}{۳},\ q=۳$

if $q=۳ \to \frac{۳}{۳},۳,۳\times۳ \to ۱,۳,۹$

if $q=\frac{۱}{۳} \to \frac{۳}{\frac{۱}{۳}},۳,۳\times\frac{۱}{۳} \to ۹,۳,۱$

۸

الف) $S_{۱۰}=۲\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{۳-۱}\right)=۳^{۱۰}-۱=۵۹۰۴۸$

ب) $a_{۱۰}=۲\times۳^{۹} \to \sqrt{(a_1\times a_{۱۰})^{۱۰}}=(a_1\times a_{۱۰})^{۵}=(۲\times۲\times۳^{۹})^{۵}=۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}$

۹

$a_n=a,aq,aq^{۲},\dots,aq^{n-1}$

$b_n=a(q-1),aq(q-1),aq^{۲}(q-1),\dots,aq^{n-1}(q-1)$

$b_n \xrightarrow{\text{در}} \frac{b_۲}{b_1}=\frac{aq(q-1)}{a(q-1)}=q \Rightarrow \frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{aq^{n-1}(q-1)}{aq^{n-2}(q-1)}=q^{n-1-n+۲}=q$

۱۰

الف) مجموع جملات $=\frac{\text{تعداد جملات}\times(\text{آخری}+\text{اولی})}{۲} \to S=\frac{n(a_1+a_n)}{۲}=\frac{n}{۲}(a+a_n),\ a_n=a+(n-1)d$

$\to S=\frac{n}{۲}(a+a+(n-1)d)=\frac{n}{۲}(۲a+(n-1)d)$

ب) $S_n=a+aq+aq^{۲}+\dots+aq^{n-1} \xrightarrow{\times q} qS_n=aq+aq^{۲}+\dots+aq^{n}$

$\to qS_n-S_n=(aq+aq^{۲}+\dots+aq^{n})-(a+aq+\dots+aq^{n-1})=aq^{n}-a=a(q^{n}-1)$

$S_n(q-1)=a(q^{n}-1) \to S_n=a\left(\frac{q^{n}-1}{q-1}\right)$