۱۹,۷۵

نام و نام خانوادگی ..نرگس اسلامی‌نژاد........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۴... کلاس ..دهم تجربی پنجشنبه

| | |
|---|---|
| ۱ | $\frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \quad a_n = \frac{۱}{۲}\times(۲)^{n-۱}$ <br> الف) $a_{۱۰} \to \frac{۱}{۲}\times ۲^۹ = ۲^{-۱}\times ۲^۹ = ۲^۸$ <br> ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{\cancel{\frac{۱}{۲}}\times ۲^{۱۶}}{\cancel{\frac{۱}{۲}}\times ۲^{۱۲}} = ۲^۴ = ۱۶$ <br> ج) $a_۴ = \frac{۱}{۲}\times ۲^۳ = ۲^۲$ ; واسطه‌ی هندسی: $۲^۲, x, ۲^۸ \to x^۲ = ۲^{۱۰} \to x = ۲^۵ =$ واسطه‌ی هندسی <br> $a_{۱۰} = \frac{۱}{۲}\times ۲^۹ = ۲^۸$ <br> د) $۲^{-۱}\times ۲^{n-۱} = ۲^{n-۲} = ۱۲۸ = ۲^۷ \to n-۲=۷ \to \boxed{n=۹}$ <br> ۲ |
| ۲ | $a_۵ = a_۱ r^۴ = ۱۲$ <br> $a_۸ = a_۱ r^۷ = ۹۶ \longrightarrow \frac{a_۸}{a_۵} = \frac{a_۱ r^۷}{a_۱ r^۴} = \frac{۹۶}{۱۲} \to r^۳ = ۸ \to r = ۲ , a_۱ = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴}$ <br> $a_{۱۰} = a_۱ r^۹ \to \frac{۳}{۴}\times ۲^۹ = ۳\times ۲^{-۲}\times ۲^۹ = ۳\times ۲^۷ = ۳\times ۱۲۸ = \boxed{۳۸۴}$ <br> ۳ |
| ۳ | $a_۱ \quad a_۲ \quad a_۳ \quad a_۴ \quad a_۵$ <br> الف) $\frac{x}{r^۲} \quad \frac{x}{r} \quad x \quad xr \quad xr^۲ \Rightarrow \frac{x}{\cancel{r^۲}}\times\frac{x}{\cancel{r}}\times x\times x\cancel{r}\times x\cancel{r^۲} = x^۵ = ۲۴۳ \to \boxed{x=۳} \Rightarrow a_۳ = x = ۳$ <br> ب) $a_۱\times a_۵ = \frac{x}{\cancel{r^۲}}\times x\cancel{r^۲} = x^۲ = ۳^۲ = ۹$ <br> ۳ |
| ۴ | $۲^a, ۴\sqrt{۲}, ۲^b$ <br> $(۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^a\times ۲^b \to (۲^۲\times ۲^{\frac{۱}{۲}})^۲ = ۲^a\times ۲^b \to ۲^۵ = ۲^{a+b} \to a+b=۵ \xrightarrow{\text{واسطه‌ی حسابی}} \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲}$ <br> $(۲^{\frac{۵}{۲}})^۲$ <br> ۳ |
| ۵ | $t_۳ \quad t_۷ \quad t_{۱۱}$ <br> $x+۱ \quad x \quad ۱-x \xrightarrow{\text{ضرب}} x^۲ = (۱-x)(x+۱) \to x^۲ = \cancel{x}+۱-x^۲-\cancel{x} \to x^۲ = ۱-x^۲$ <br> $x = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}} \leftarrow x = \pm\frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{۲}} \leftarrow x^۲ = \frac{۱}{۲} \leftarrow ۲x^۲ = ۱$ <br> ۱,۷۵ <br> فقط $x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ درست است |

۶

$a_۱ + a_۱ r^۳ = ۲۸$

$a_۱ r + a_۱ r^۲ = ۱۲$

$\Rightarrow$

$a_۱(۱ + r^۳) = ۲۸ \to a_۱ = \frac{۲۸}{۱ + r^۳}$

$a_۱(r + r^۲) = ۱۲ \to a_۱ = \frac{۱۲}{r + r^۲}$

$\frac{۲۸}{۱ + r^۳} = \frac{۱۲}{r + r^۲} \to ۲۸(r + r^۲) = ۱۲(۱ + r^۳)$

$(۱)^۳ + (r)^۳ \to a^۳ + b^۳ = (a+b)(a^۲ - ab + b^۲)$

$\Rightarrow ۲۸(r + r^۲) = ۱۲(۱ + r)(۱ - r + r^۲)$

$۲۸ r(\cancel{۱ + r}) = ۱۲(\cancel{۱ + r})(۱ - r - r^۲)$

$۲۸ r = ۱۲(۱ - r - r^۲) \to ۱۲ r^۲ - ۴۰ r + ۱۲ = ۰$

روش ض: $r^۲ - ۴۰ r + ۱۴۴ = ۰$

$(r - ۳۶)(r - ۴) = ۰$

$r = \frac{۳۶}{۱۲} = ۳$

$r = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$

$r = ۳ \Rightarrow a_۱ = \frac{۱۲}{۳ + ۹} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱ \to \boxed{۱, ۳, ۹, ۲۷}$

بزرگترین : ۲۷

$r = \frac{۱}{۳} \Rightarrow a_۱ = \frac{۱۲}{\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹}} = \frac{۱۲}{\frac{۴}{۹}} = ۲۷ \to \boxed{۲۷, ۹, ۳, ۱}$

بزرگترین : ۲۷

۳

---

۷

$\frac{x}{r}, x, xr \to x^۳ = ۲۷ \to \boxed{x = ۳} \to \frac{۳}{r}, ۳, ۳r$

$\frac{۳}{r} + ۳ + ۳r = ۱۳ \to \frac{۳ + ۳r + ۳r^۲}{r} = ۱۳ \to ۳ + ۳r + ۳r^۲ = ۱۳r$

$۳r^۲ - ۱۰r + ۳ = ۰$

روش ض: $r^۲ - ۱۰r + ۹ = ۰$

$(r - ۱)(r - ۹) = ۰$

$r = \frac{۱}{۳}$ یا $r = \frac{۹}{۳} = ۳$

$a_۱ = ۹$ ، $a_۱ = ۱$

$r = \frac{۱}{۳} \to \boxed{۹, ۳, ۱}$

$r = ۳ \to \boxed{۱, ۳, ۹}$

۳

---

۸

الف)

$S_n$ (هندسی) $= a_۱\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) \to \cancel{۲} \times \left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳ - ۱}}\right) = ۳^{۱۰} - ۱$

ب) $(\text{اولی} \times \text{آخری})^{\frac{n}{۲}} \to (۲ \times ۲ \times ۳^۹)^۵ = (۲^۲ \times ۳^۹)^۵ = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

$a_{۱۰} = ۲ \times ۳^۹$

۳

---

۹

فرض : $a_۱ \quad a_۱ q \quad a_۱ q^۲ \quad a_۱ q^۳$

$a_۱ q - a_۱ \ , \ a_۱ q^۲ - a_۱ q \ , \ a_۱ q^۳ - a_۱ q^۲ \ ....$

$a_۱(q - ۱) \xrightarrow[\times q]{} a_۱ q(q - ۱) \xrightarrow[q]{} a_۱ q^۲(q - ۱) \ .... \Rightarrow$ ثابت شد دنباله‌ی جدید هم همچنان هندسی هستند

قدر نسبت دنباله‌ی جدید برحسب $q$ $= q$

۳

---

اثبات $\to S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n - ۱)d)$

$S_n = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \dots + a_{n-۱} + a_n$

$\oplus$

$S_n = a_n + a_{n-۱} + a_{n-۲} + \dots + a_۲ + a_۱$

$۲S_n = (a_۱ + a_n)(a_۲ + a_{n-۱}) + \dots + (a_n + a_۱)$

می‌دانیم $= a_۲ + a_{n-۱} = a_۱ + a_n \to$ بقیه هم همین طور است

$۲S_n = n(a_۱ + a_n)$

$S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n) \to S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n - ۱)d)$

اثبات $\to S_n = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right)$

$S_n = a_۱ + a_۱ r + a_۱ r^۲ + \dots + a_۱ r^{n-۱}$

$\times r \ \ominus$

$S_n r = a_۱ r + a_۱ r^۲ + a_۱ r^۳ + \dots + a_۱ r^n$

$S_n - rS_n = (a + a_۱ r + a_۱ r^۲ + \dots + \cancel{a_۱ r^{n-۱}}) - (a_۱ r + a_۱ r^۲ + \cancel{\dots} + a r^n)$

$S_n - rS_n = a - a r^n$

$S_n(۱ - r) = a(۱ - r^n) \to S_n = a\left(\frac{۱ - r^n}{۱ - r}\right)$

$\Rightarrow S_n = a\frac{\cancel{-}(r^n - ۱)}{\cancel{-}(r - ۱)} \Rightarrow S_n = a\left(\frac{r^n - ۱}{r - ۱}\right)$

۳