محدثه حاجی احمدی :

سؤال ۱)

$a_n = a_1 r^{(n-1)} = \frac{1}{2} \times (2)^{n-1}$

الف) $a_{10} = \frac{1}{2} \times (2)^9 = 2^9 \times 2^{-1} = \boxed{2^8}$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\frac{1}{2} \times 2^{16}}{\frac{1}{2} \times 2^{12}} = \frac{2^{15}}{2^{11}} = \boxed{2^4}$

ج) $b^2 = ac \Rightarrow b^2 = a_4 \times a_{10} \Rightarrow b^2 = \cancel{(\frac{1}{2})} \times \overset{2^2}{\cancel{2^3}} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{2^8}{\cancel{2^9}}$

$\Rightarrow b^2 = 2^{10} \Rightarrow \boxed{b = 2^5}$

د) $128 = ? a_n \Rightarrow a_n = \frac{1}{2} \times (2)^{n-1} = 2^7 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^8 \Rightarrow n-1 = 8$

$n-1 = 8 \Rightarrow \boxed{n = 9}$

سوال ۲) $a_5=12$ $\quad a_8=96 \quad \Rightarrow \frac{ar^7}{ar^4}=\frac{96}{12}$ 8

$\Rightarrow r^3=8 \Rightarrow r=2 \Rightarrow ar^4=12 \xrightarrow{r=2} a\times 16=12 \Rightarrow a=\frac{12}{16}$

$a_{10}=a_8\times r^2=96\times 4=384$

سوال ۳) $a^5\times r^{10}=3^5 \Rightarrow ar^2=3 \Rightarrow a_3=3$

$a^2r^4=(ar^2)^2=3^2=9$

سوال ۴) $(4\sqrt{2})^2=32=2^a\times 2^b=2^{a+b}=2^5 \Rightarrow a+b=5$

واسطه حسابی $=\frac{a+b}{2}=\frac{5}{2}=2.5$

سوال ۵) $ar^2 \quad , \quad ar^6 \quad , \quad ar^{10} \quad \Rightarrow a_3\times a_{11}=a_7\times a_7$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$1-x \quad x \quad x+1$

$\Rightarrow x^2=(1+x)(1-x)$

$x^2=1-x^2 \Rightarrow 2x^2=1 \Rightarrow x^2=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

سوال ۶) $t_1+t_4=28 \Rightarrow a+ar^3=28 \Rightarrow a(1+r^3)=a(1+r)(1+r^2-r)$

$t_2+t_3=12 \Rightarrow ar+ar^2=12$

$\frac{\cancel{a}(\cancel{1+r})(1+r^2-r)}{\cancel{a}r(\cancel{1+r})}=\frac{1+r^2-r}{r}=\frac{\cancel{28}\,7}{\cancel{12}\,3} \Rightarrow 7r=3r^2+3-3r$

$3r^2-10r+3=0 \xrightarrow{\text{اوسی}} r^2-10r+9=0 \Rightarrow (r-1)(r-9)=0 \Rightarrow r=1 ,\ r=9$

$\Rightarrow r = \frac{۱}{۳} , \frac{۹}{۳} \Rightarrow a + ar^{۳} = ۲۸ \Rightarrow a(۱ + r^{۳}) = ۲۸$

$a(۱ + \frac{۱}{۲۷}) = a(\frac{۲۸}{۲۷}) = ۲۸ \Rightarrow \boxed{a = ۲۷}$

یا $a(۱ + r^{۳}) = a(۱ + \cancel{۳^{۳}}) = a(۲۸) = ۲۸ \Rightarrow a = ۱$

$\rightarrow ۲۸ ، ۹ ، ۳ ، ۱ ، \ldots$

$\rightarrow ۱ ، ۳ ، ۹ ، ۲۸ ، \ldots$

سوال ۷) $a \times ar \times ar^{۲} = ۲۷ \Rightarrow a^{۳} r^{۳} = ۳^{۳} \Rightarrow ar = ۳$

$\frac{۳}{r} + ۳ + ۳r = ۱۳ \xrightarrow{\times r} ۳ + ۳r + ۳r^{۲} = ۱۳r \Rightarrow ۳r^{۲} + ۳ = ۱۰r$

$۳r^{۲} - ۱۰r + ۳ = ۰ \xrightarrow{\text{دوهی}} r^{۲} - ۱۰r + ۹ = ۰ \Rightarrow (r-۱)(r-۹) = ۰$

$\Rightarrow r = ۱ ، ۹$

جملات: $\rightarrow ۹ ، ۳ ، ۱ ، \ldots$

$\rightarrow ۱ ، ۳ ، ۹ ، \ldots$

سوال ۸) $S_{۱۰} = \frac{a(q^{n} - ۱)}{q - ۱} \Rightarrow \frac{\cancel{۲}(۳^{۱۰} - ۱)}{\cancel{۳ - ۱}} = \boxed{۳^{۱۰} - ۱}$

ضرب جملات = $($جمله اول $\times$ جمله آخر$)^{n/۲}$, $a_{۱۰} = ar^{۹} = ۲ \times (۳)^{۹} =$

$(۲ \times ۲ \times ۳^{۹})^{n/۲ = ۵} = (۲^{۲} \times ۳^{۹})^{۵} = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

سوال ۹) $a ، aq ، aq^{۲} ، aq^{۳} ، aq^{۴} ، \ldots$

$aq - a = a(q-۱)$
$aq^{۲} - aq = aq(q-۱)$
$aq^{۳} - aq^{۲} = aq^{۲}(q-۱)$
$aq^{۴} - aq^{۳} = aq^{۳}(q-۱)$

$\Bigg\} \; a(q-۱) \xrightarrow{\times q} aq(q-۱) \xrightarrow{\times q} aq^{۲}(q-۱) ، \ldots$

$a_{۱} = a(q-۱)$

$q = q$

سوال ۱۰ الف)

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + \dots + (a_n - d) + a_n$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + (a_1 + d) + a_1$$

$$2S_n = \underbrace{(a_n + a_1) + (a_n + a_1) + \dots + (a_n + a_1)}_{\text{تا } n}$$

$$2S_n = n(a_1 + a_n) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

یا $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + (n-1)d + a_1) = S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

ب) : $S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$

$$-qS_n = -a_1 q - a_1 q^2 + \dots - a_1 q^{n-1} - aq^n$$

$$S_n - qS_n = a_1 - a_1 q^n \Rightarrow S_n(1-q) = a_1 - a_1 q^n$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$