۱۹/۷۵ محمد‌حامی احمدی

سؤال ۱) ۳

$a_n = a_1 r^{(n-1)} = \frac{1}{۲} \times (۲)^{n-1}$

الف) $a_{10} = \frac{1}{۲} \times (۲)^{۹} = ۲^{۹} \times ۲^{-1} = \boxed{۲^{۸}}$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\frac{1}{۲} \times ۲^{16}}{\frac{1}{۲} \times ۲^{12}} = \frac{۲^{15}}{۲^{11}} = \boxed{۲^{۴}}$

ج) $b^{۲} = ac \Rightarrow b^{۲} = a_4 \times a_{10} \Rightarrow b^{۲} = (\cancel{\frac{1}{۲}}) \times \cancel{۲^{۳}}^{\,۲^{۲}} \times \cancel{\frac{1}{۲}} \times \cancel{۲^{۹}}^{\,۲^{۸}}$

$\Rightarrow b^{۲} = ۲^{10} \Rightarrow \boxed{b = ۲^{۵}}$

د) $۱۲۸ = ? \; a_n \Rightarrow a_n = \frac{1}{۲} \times (۲)^{n-1} = ۲^{۷} = ۲^{n-1} = ۲^{۸} \Rightarrow n-1 = ۸$

$n-1 = ۸ \Rightarrow n = ۹$

روز بزرگداشت عطار نیشابوری

سؤال ۲)

$a_5 = 12 \quad a_8 = 96 \Rightarrow \dfrac{ar^7}{ar^4} = \dfrac{\cancel{96}\,8}{\cancel{12}}$

۲

$\Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow ar^4 = 12 \xrightarrow{r=2} a \times 16 = 12 \Rightarrow a = \dfrac{12}{16}$

$a_{10} = a_8 \times r^2 = 96 \times 4 = 384$

سؤال ۳)

۲

$a^5 \times r^{10} = 3^5 \Rightarrow ar^2 = 3 \Rightarrow a_3 = 3$

$a^2 r^4 = (ar^2)^2 = 3^2 = 9$

سؤال ۴)

۲

$(4\sqrt{2})^2 = 32 = 2^a \times 2^b = 2^{a+b} = 2^5 \Rightarrow a+b=5$

واسطه حسابی $= \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$

سؤال ۵)

۱٫۷۵

$ar^2 \quad , \quad ar^6 \quad , \quad ar^{10}$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$1-x \quad x \quad x+1$

$\Rightarrow a_3 \times a_{11} = a_7 \times a_7$

$\Rightarrow x^2 = (1+x)(1-x)$

$x^2 = 1 - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \dfrac{1}{2}$

فقط $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ درسته!

$\Rightarrow x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

سؤال ۶)

$t_1 + t_4 = 28 \Rightarrow a + ar^3 = 28 \Rightarrow a(1+r^3) = a(1+r)(1+r^2-r)$

$t_2 + t_3 = 12 \Rightarrow ar + ar^2 = 12$

$\dfrac{\cancel{a}\cancel{(1+r)}(1+r^2-r)}{\cancel{a}r\cancel{(1+r)}} = \dfrac{1+r^2-r}{r} = \dfrac{\cancel{28}\,7}{\cancel{12}\,3} \Rightarrow 7r = 3r^2 + 3 - 3r$

$3r^2 - 10r + 3 = 0 \xrightarrow{\text{اوسی}} r^2 - 10r + 9 = 0 \Rightarrow (r-1)(r-9) = 0 \Rightarrow r=1 ,\ r=9$

Scanned with CamScanner

$\Rightarrow r = \frac{1}{۳} , \frac{۹}{۳} \Rightarrow a + ar^{۳} = ۲۸ \Rightarrow a(1+r^{۳}) = ۲۸$ ۳

$a(1 + \frac{1}{۲۷}) = a(\frac{۲۸}{۲۷}) = ۲۸ \Rightarrow \boxed{a = ۲۷}$

یا $a(1+r^{۳}) = a(1+\frac{\cancel{۲۷}}{۲۷}) = a(۲۸) = ۲۸ \Rightarrow a = 1$

$\rightarrow ۲۸، ۹، ۳، ۱، \ldots$

$\rightarrow ۱، ۳، ۹، ۲۸، \ldots$

سؤال ۷)

$a \times ar \times ar^{۲} = ۲۷ \Rightarrow a^{۳}r^{۳} = ۳^{۳} \Rightarrow ar = ۳$ ۳

$\frac{۳}{r} + ۳ + ۳r = ۱۳ \xrightarrow{\times r} ۳ + ۳r + ۳r^{۲} = ۱۳r \Rightarrow ۳r^{۲} + ۳ = ۱۰r$

$۳r^{۲} - ۱۰r + ۳ = 0 \xrightarrow{\text{دومی}} r^{۲} - ۱۰r + ۹ = 0 \Rightarrow (r-1)(r-۹) = 0$

$\Rightarrow r = ۱، ۹$

جملات: $\rightarrow ۹، ۳، ۱، \ldots$ / $\rightarrow ۱، ۳، ۹، \ldots$

سؤال ۸)

$S_{۱۰} = \frac{a(q^{n}-1)}{q-1} \Rightarrow \frac{\cancel{۲}(۳^{۱۰}-1)}{\cancel{۳-1}} = \boxed{۳^{۱۰}-1}$ ۳

ضرب جملات = $(\text{جمله اول} \times \text{جمله آخر})^{n/۲} \Rightarrow a_{۱۰} = ar^{۹} = ۲\times(۳)^{۹} =$

$(۲ \times ۲ \times ۳^{۹})^{n/۲=۵} = (۲^{۲} \times ۳^{۹}) = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

سؤال ۹)

$a ، aq ، aq^{۲} ، aq^{۳} ، aq^{۴} ، \ldots$ ۲

$aq - a = a(q-1)$

$aq^{۲} - aq = aq(q-1)$

$aq^{۳} - aq^{۲} = aq^{۲}(q-1)$

$aq^{۴} - aq^{۳} = aq^{۳}(q-1)$

$a(q-1) \xrightarrow{\times q} aq(q-1) \xrightarrow{\times q} aq^{۲}(q-1) ، \ldots$

$a_1 : a(q-1)$

$q = q$

سوال ۱۰) الف) $S_n = a_1 + (a_1+d) + (a_1+2d) + (a_1+3d) + \dots + (a_n - d) + a_n$

$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + (a_1 + d) + a_1$

$2S_n = \underbrace{(a_n+a_1) + (a_n+a_1) + \dots + (a_n+a_1)}_{n\ \text{تا}}$

$2S_n = n(a_1+a_n) = S_n = \frac{n}{2}(a_1+a_n)$

یا $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + (n-1)d + a_1) = S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

ب) : $S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$

$-qS_n = -a_1q - a_1q^2 + \dots - a_1q^{n-1} - aq^n$

$S_n - qS_n = a_1 - a_1q^n \Rightarrow S_n(1-q) = a_1 - a_1q^n$

$\Rightarrow S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$