نام و نام خانوادگی ....طراحی‌ها........... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۴.... کلاس ....C.........................

۱

$\frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \to a_{۱} = \frac{۱}{۲} , q = ۲ \to a_{n} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱}$

الف) $a_{۱۰} = ? \to a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۹} = ۲^{۸} = \boxed{۲۵۶}$

ب) $\frac{\frac{۱}{۲} \times ۲^{۱۶}}{\frac{۱}{۲} \times ۲^{۱۲}} = \frac{۲^{۱۵}}{۲^{۱۱}} = \boxed{۲^{۴} = ۱۶}$

ج) $(a_{۱} q^{۳})(a_{۱} q^{۹}) = x^{۲} \to x^{۲} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۲^{۳} \times ۲^{۹} \Rightarrow x^{۲} = ۲^{۱۰} \Rightarrow x = \boxed{۲^{۵} = ۳۲}$

د) $\overset{۲^{۷}}{۱۲۸} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n} \times \underset{\frac{۱}{۲}}{۲^{-۱}} \Rightarrow ۲^{n} = ۲^{۹} \Rightarrow \boxed{n = ۹}$

۲

$a_{۵} = ۱۲$

$a_{۸} = ۹۶$

$\frac{a_{۸}}{a_{۵}} = q^{۳} = \frac{۹۶}{۱۲} = ۸ \to q = ۲$

$a_{۵} = a_{۱} q^{۴} \Rightarrow a_{۱} \times ۲^{۴} = ۱۲ \to a_{۱} = \frac{۳}{۴}$

$\} \to a_{n} = a_{۱} \times q^{n-۱} \to a_{n} = \frac{۳}{۴} \times ۲^{n-۱}$

$a_{۱۰} = \frac{۳}{۴} \times ۲^{۹} = ۳ \times ۱۲۸ = \boxed{۳۸۴}$

۳

الف) $a_{۱} \times a_{۲} \times a_{۳} \times a_{۴} \times a_{۵} = ۲۴۳ \Rightarrow a_{۶}^{۲} \times a_{۶}^{۲} \times a_{۳} = ۲۴۳ \Rightarrow a_{۳}^{۵} = ۲۴۳ \Rightarrow \boxed{a_{۳} = ۳}$

ب) $a_{۱} \times a_{۵} = a_{۶} = a_{۳} \times a_{۳} = ۳ \times ۳ = \boxed{۹}$

۴

$۲^{a} , ۴\sqrt{۲} , ۲^{b}$ → واسطه هندسی $\Rightarrow c^{۲} = ab \Rightarrow ۲^{a} \times ۲^{b} = (۴\sqrt{۲})^{۲} \Rightarrow ۲^{a+b} = ۳۲ \to a+b = ۵$

واسطه حسابی $\Rightarrow C = \frac{a+b}{۲} \Rightarrow C = \frac{۵}{۲} = \boxed{۲/۵}$

۵

$\frac{a_{۷}}{a_{۳}} = \frac{x}{۱-x} = q^{۴} \quad , \quad \frac{a_{۱۱}}{a_{۷}} = \frac{x+۱}{x} = q^{۴}$

$q^{۴} = q^{۴} \Rightarrow \frac{x+۱}{x} = \frac{x}{۱-x} \Rightarrow x^{۲} = ۱ - x^{۲} \Rightarrow ۲x^{۲} = ۱ \to x^{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

حل →

$x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱ + \frac{\sqrt{۲}}{۲}} = - = q^{۴}$ ✗

$x = +\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}} = + = q^{۴}$ ✓

$\} \Rightarrow \boxed{x = +\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

$a_1+a_1r^۳=۲۸ \Rightarrow a_1(r^۳+۱)=۲۸$, $a_1r+a_1r^۲=۱۲ \rightarrow a_1r(۱+r)=۱۲ \rightarrow \frac{a_1(r^۳+۱)}{a_1r(۱+r)}=\frac{۲۸}{۱۲}=\frac{۷}{۳}$ چاق لاغر $\Rightarrow \frac{\cancel{(۱+r)}(r^۲-r+۱)}{r\cancel{(r+۱)}}=\frac{۷}{۳} \Rightarrow ۳(r^۲-r+۱)=۷r \Rightarrow ۳r^۲-۳r+۳-۷r=۰ \Rightarrow ۳r^۲-۱۰r+۳=۰$ $\rightarrow r=\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} \Rightarrow r=\frac{۱۰\pm\overbrace{\sqrt{۱۰۰-۳۶}}^{\sqrt{۶۴}}}{۶} \Rightarrow r=\frac{۱۰\pm۸}{۶}$ $\frac{۱۰+۸}{۶}=\frac{۱۸}{۶}=۳=r \rightarrow a_1=۱ \rightarrow ۱,۳,۹,\boxed{۲۷}$ $\frac{۱۰-۸}{۶}=\frac{۲}{۶} \Rightarrow r=\frac{۱}{۳} \rightarrow a_1=۲۷ \rightarrow \boxed{۲۷},۹,۳,۱$ $\Rightarrow$ در هر صورت .. جمله بزرگترین مقدار $=\boxed{۲۷}$	۶
$\frac{x}{q}\times x\times xq=۲۷ \Rightarrow x^۳=۲۷ \rightarrow x=۳ \rightarrow$ جاگذاری $\rightarrow \frac{۱}{q}+۱+q=\frac{۱۳}{۳} \Rightarrow \frac{۱+q+q^۲}{q}=\frac{۱۳}{۳}$ $\frac{x}{q}+x+xq=۱۳ \Rightarrow x(\frac{۱}{q}+۱+q)=۱۳$ $\Rightarrow ۳+۳q+۳q^۲=۱۳q \Rightarrow ۳q^۲-۱۰q+۳=۰ \Rightarrow q=\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} \Rightarrow \frac{۱۰\pm\sqrt{۱۰۰-۳۶}}{۶} \Rightarrow$ $\Rightarrow q=\frac{۱۰+۸}{۶} \Rightarrow q=۳ \rightarrow a_1q=۳ \rightarrow a_1=۱ \Rightarrow$ دنباله: ۱, ۳, ۹ $q=\frac{۱۰-۸}{۶} \Rightarrow q=\frac{۱}{۳} \rightarrow$ " = " $\rightarrow a_1=۱ \Rightarrow$ دنباله: ۹, ۳, ۱	۷
$S_n=a_1(\frac{q^n-۱}{q-۱}) \Rightarrow S_{۱۰}=a_1(\frac{q^{۱۰}-۱}{q-۱}) \Rightarrow S_{۱۰}=\cancel{۲}(\frac{۳^{۱۰}-۱}{\underset{\cancel{۲}}{۳-۱}}) \rightarrow S_{۱۰}=\boxed{۳^{۱۰}-۱}$ یا $\boxed{۵۹۰۴۸}$ $a_n=a_1\times q^{n-۱} \Rightarrow a_n=۲\times۳^{n-۱} \rightarrow a_{۱۰}=۲\times۳^۹$ حاصلضرب جمله اول $:(a_1\times a_{\underset{n=۱۰}{(n)}})^{(\frac{n}{۲})\rightarrow ۵} \Rightarrow (۲\times۲\times۳^۹)^۵=(۲^۲\times۳^۹)^۵=\boxed{۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}}$	۸
دنباله $\Rightarrow a_1, a_1q, a_1q^۲, a_1q^۳$ $\Rightarrow a_1q-a_1, a_1q^۲-a_1q, a_1q^۳-a_1q^۲ \Rightarrow a_1(q-۱), a_1q(q-۱), a_1q^۲(q-۱)$ $a_1, (q-۱)$ ثابتند $\longrightarrow$ قدرنسبت همان q است	۹
الف) $a_n=a_1+(n-۱)d \rightarrow a_1+(a_1+d)+(a_1+۲d)+\dots+(a_1+(n-۱)d)$ $\Rightarrow na_1+\frac{(n-۱)(n)}{۲}d \Rightarrow na_1+\frac{n^۲-n}{۲}d \Rightarrow na_1+\frac{n(n-۱)}{۲}d \xrightarrow{\frac{n}{۲}\ \text{فاکتور}} \frac{n}{۲}(۲a_1+(n-۱)d)$ ✓ $S_nq=\cancel{a_1q}+\cancel{a_1q^۲}+\cancel{a_1q^۳}+\dots+a_1q^n$ $\times q \quad S_n=a_1+\cancel{a_1q}+\cancel{a_1q^۲}+\cancel{\dots}+a_1q^{n-۱} \quad -$ $S_nq-S_n=a_1q^n-a_1 \Rightarrow S_n(q-۱)=a_1(q^n-۱) \Rightarrow S_n=a\frac{(q^n-۱)}{(q-۱)}$ ✓	۱۰