نام و نام خانوادگی ....طراوت بهی‌ها........ **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۱۴... **کلاس** ....C..........................

۲۵

۱

$\frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \rightarrow a_۱ = \frac{۱}{۲} , q = ۲ \rightarrow a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱}$

الف) $a_{۱۰} = ? \rightarrow a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸ = \boxed{۲۵۶}$

ب) $\frac{\frac{۱}{۲} \times ۲^{۱۶}}{\frac{۱}{۲} \times ۲^{۱۲}} = \frac{۲^{۱۵}}{۲^{۱۱}} = \boxed{۲^۴ = ۱۶}$

پ) $(a_۱ q^۳)(a_۱ q^۹) = x^۲ \rightarrow x^۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۲^۳ \times ۲^۹ \Rightarrow x^۲ = ۲^{۱۰} \Rightarrow \boxed{x = ۲^۵ = ۳۲}$

ت) $\overset{۲^۷}{۱۲۸} = \frac{۱}{۲} \times ۲^n \times \underset{\frac{۱}{۲}}{۲^{-۱}} \Rightarrow ۲^n = ۲^۹ \Rightarrow \boxed{n = ۹}$

۲

$a_۵ = ۱۲$

$a_۸ = ۹۶$

$\frac{a_۸}{a_۵} = q^۳ = \frac{۹۶}{۱۲} = ۸ \rightarrow q = ۲$

$a_۵ = a_۱ q^۴ \Rightarrow a_۱ \times ۲^۴ = ۱۲ \rightarrow a_۱ = \frac{۳}{۴}$

$\rightarrow a_n = a_۱ \times q^{n-۱} \rightarrow a_n = \frac{۳}{۴} \times ۲^{n-۱}$

$a_{۱۰} = \frac{۳}{۴} \times ۲^۹ = ۳ \times ۱۲۸ = \boxed{۳۸۴}$

۳

الف) $a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳ \Rightarrow a_۳^۲ \times a_۳^۲ \times a_۳ = ۲۴۳ \Rightarrow a_۳^۵ = ۲۴۳ \Rightarrow \boxed{a_۳ = ۳}$

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۳ = a_۳ \times a_۳ = ۳ \times ۳ = \boxed{۹}$

۴

$۲^a , ۴\sqrt{۲} , ۲^b \longrightarrow$ واسطه هندسی $= c^۲ = ab \Rightarrow ۲^a \times ۲^b = (۴\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow ۲^{a+b} = ۳۲ \rightarrow a+b = ۵$

واسطه حسابی $\Rightarrow C = \frac{a+b}{۲} \Rightarrow C = \frac{۵}{۲} = \boxed{۲/۵}$

۵

$\frac{a_۷}{a_۳} = \frac{x}{۱-x} = q^۴ \quad , \quad \frac{a_{۱۱}}{a_۷} = \frac{x+۱}{x} = q^۴$

$q^۴ = q^۴ \Rightarrow \frac{x+۱}{x} = \frac{x}{۱-x} \Rightarrow x^۲ = ۱ - x^۲ \Rightarrow ۲x^۲ = ۱ \rightarrow x^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = - = q^۴$ ✗

$x = +\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = + = q^۴$ ✓

$\Rightarrow \boxed{x = +\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

$a_۱+a_۱r^۳=۲۸ \Rightarrow a_۱(r^۳+۱)=۲۸$, $a_۱r+a_۱r^۲=۱۲ \to a_۱r(۱+r)=۱۲ \to \frac{a_۱(r^۳+۱)}{a_۱r(۱+r)}=\frac{۲۸}{۱۲}=\frac{۷}{۳}$ چاق لاغر $\Rightarrow \frac{\cancel{(۱+r)}(r^۲-r+۱)}{r\cancel{(r+۱)}}=\frac{۷}{۳} \Rightarrow ۳(r^۲-r+۱)=۷r \Rightarrow ۳r^۲-۳r+۳-۷r=۰ \Rightarrow ۳r^۲-۱۰r+۳=۰$ $\rightsquigarrow r=\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} \Rightarrow r=\frac{۱۰\pm\overbrace{\sqrt{۱۰۰-۳۶}}^{\sqrt{۶۴}}}{۶} \Rightarrow r=\frac{۱۰\pm۸}{۶}$ $\frac{۱۰+۸}{۶}=\frac{۱۸}{۶}=۳=r \to a_۱=۱ \to ۱, ۳, ۹, ۲۷$ $\frac{۱۰-۸}{۶}=\frac{۲}{۶} \Rightarrow r=\frac{۱}{۳} \to a_۱=۲۷ \to ۲۷, ۹, ۳, ۱$ $\Rightarrow$ در هر صورت .. بزرگترین جمله، مقدار $=\boxed{۲۷}$	۶
$\frac{x}{q}\times x\times xq=۲۷ \Rightarrow x^۳=۲۷ \to x=۳ \to$ جاگذاری $\to \frac{۱}{q}+۱+q=\frac{۱۳}{۳} \Rightarrow \frac{۱+q+q^۲}{q}=\frac{۱۳}{۳}$ $\frac{x}{q}+x+xq=۱۳ \Rightarrow x(\frac{۱}{q}+۱+q)=۱۳$ $\Rightarrow ۳+۳q+۳q^۲=۱۳q \Rightarrow ۳q^۲-۱۰q+۳=۰ \Rightarrow q=\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} \Rightarrow \frac{۱۰\pm\sqrt{۱۰۰-۳۶}}{۶} \Rightarrow$ $\Rightarrow$ $q=\frac{۱۰+۸}{۶} \Rightarrow q=۳ \to a_۱q=۳ \to a_۱=۱ \Rightarrow$ دنباله: $۱, ۳, ۹$ $q=\frac{۱۰-۸}{۶} \Rightarrow q=\frac{۱}{۳} \to$ " = " $\to a_۱=۱ \Rightarrow$ دنباله: $۹, ۳, ۱$	۷
$S_n=a_۱(\frac{q^n-۱}{q-۱}) \Rightarrow S_{۱۰}=a_۱(\frac{q^{۱۰}-۱}{q-۱}) \Rightarrow S_{۱۰}=\cancel{۲}(\frac{۳^{۱۰}-۱}{\frac{۳-۱}{\cancel{۲}}}) \to S_{۱۰}=\boxed{۳^{۱۰}-۱}$ یا $\boxed{۵۹۰۴۸}$ $a_n=a_۱\times q^{n-۱} \Rightarrow a_n=۲\times۳^{n-۱} \to a_{۱۰}=۲\times۳^۹$ حاصلضرب جمله اول $:(a_۱\times a_{\underset{۱۰}{n}})^{\frac{n}{۲}\to۵} \Rightarrow (۲\times۲\times۳^۹)^۵=(۲^۲\times۳^۹)^۵=\boxed{۲^{۱۰}\times۳^{۴۵}}$	۸
دنباله: $a_۱, a_۱q, a_۱q^۲, a_۱q^۳$ $\Rightarrow a_۱q-a_۱, a_۱q^۲-a_۱q, a_۱q^۳-a_۱q^۲ \Rightarrow a_۱(q-۱), a_۱q(q-۱), a_۱q^۲(q-۱)$ $\rightsquigarrow$ $a_۱, (q-۱)$ ثابتند $\longrightarrow$ قدر نسبت همان q است	۹
الف) $a_n=a_۱+(n-۱)d \to a_۱+(a_۱+d)+(a_۱+۲d)+\cdots+(a_۱+(n-۱)d)$ $\Rightarrow na_۱+\frac{(n-۱)(n)}{۲}d \Rightarrow na_۱+\frac{n^۲-n}{۲}d \Rightarrow na_۱+\frac{n(n-۱)}{۲}d \xrightarrow{\frac{n}{۲}} \frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$ ✓ فاکتور $S_nq=\cancel{a_۱q}+\cancel{a_۱q^۲}+\cancel{a_۱q^۳}+\cdots+a_۱q^n$ $\times q$ $S_n=a_۱+\cancel{a_۱q}+\cancel{a_۱q^۲}+\cancel{\cdots}+\cancel{a_۱q^{n-۱}}$ $-$ $S_nq-S_n=a_۱q^n-a_۱ \Rightarrow S_n(q-۱)=a_۱(q^n-۱) \Rightarrow S_n=a\frac{(q^n-۱)}{(q-۱)}$ ✓	۱۰