~~۲۰~~

بینا قراملکی دهم تجربی پنجشنبه دفتر الف

۱) ۳

الف)

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \ldots$

$\xrightarrow{\times 2} \quad \xrightarrow{\times 2}$

$a_n = \frac{1}{2}(2)^{n-1} \xrightarrow[n=10]{} a_{10} = \frac{1}{2}(2)^9 = \cancel{8}\, 2^8 = \boxed{256}$

ب)

$\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\cancel{a}\, q^{16}}{\cancel{a}\, q^{12}} = q^4 \to 2^4 = \boxed{16}$

ج)

$b^2 = ac \to b^2 = a_4 \times a_{10} \to b^2 = a_1^2 q^{12}$

$b = a_1 q^6 = \frac{1}{2} \times 2^6 = 2^5 = \boxed{32} = a_7$

د)

$128 = \frac{1}{2}(2)^{n-1} \to 2^{n-1} = 256 \to 2^{n-1} = 2^8$

$8 = n-1$

$\boxed{n = 9}$

۲) ۳

$a_5 = 12$

$a_8 = 96 = \cancel{a_5}^{12} \times q^3 \to q^3 = 8 \longrightarrow q = 2$

$a_{10} = a_8 q^2 = 96 \times 4 = \boxed{384}$

۳

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = ۲۴۳$

$\to a_3 q^{-2} \times a_3 q^{-1} \times a_3 \times a_3 q \times a_3 q^2 = a_3^5 = \cancel{۲۴۳}\ ۳^۵$

$\boxed{a_3 = ۳}$

$(a_1 \times a_5) = a_3^2 \to \boxed{۹}$

$۱+۵ = ۳+۳$

۴

$(۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^{a+b} \to \cancel{۳۲}\ ۲^۵ = ۲^{a+b} \to a+b=۵$

$\to$ واسطه $= \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = \boxed{۲/۵}$

۵

$a_3 = ۱-x$

$a_7 = x$

$a_{11} = x+۱ \to ۱+x$

$۱۴ = ۳+۱۱ \to a_7 \times a_7 = a_3 \times a_{11}$

$(a_7)^۲ = a_3 \times a_{11}$

$x^۲ = \underbrace{(۱-x)(۱+x)}_{۱-x^۲} \to ۲x^۲ = ۱$

$x^۲ = \frac{۱}{۲}$

$x = \pm \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

امتحان می‌کنیم

$\frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad \boxed{+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

$\frac{x}{۱-x} = \frac{a_7}{a_3} = q^۴$

طبق سوال

$\frac{-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}} < ۰$

۶

$a_1+a_4=28 \Rightarrow a+aq^3 \to a(1+q^3) \Rightarrow a(1+q)(1-q+q^2)$

$a_3+a_2=12 \Rightarrow aq^2+aq \to aq(1+q)$

$$\frac{\cancel{a}\cancel{(1+q)}(1-q+q^2)}{\cancel{a}\,q\,\cancel{(1+q)}}=\frac{28}{12} \to 3(1-q+q^2)=7q$$

$3-3q+3q^2=7q \to 3q^2-10q+3=0$

$q^2-10q+9=0$

$(q-1)(q-9)=0$

$q=1$ یا $q=9$

$\div 3$ → $\frac{1}{3}$ ، $\div 3$ → 3

$q=\frac{1}{3} \longrightarrow a_1+a_4=a_1+27a_1=28$

$q=3 \longrightarrow a_1=7 \quad \underline{a_4=27}$ بزرگترین

$a_1+a_4=\frac{4}{9}a=12$

$\underline{a_1=27}$
بزرگترین

۷

$a_1+\cancel{a_2}^{\,3}+a_3=13 \to a_1+a_3=10$

$a_1\times a_2\times a_3=27 \to \frac{a_2}{q}\times a_2\times a_2 q=a_2^3=27$

$a_2=3$

$\frac{3}{q}+3+3q=13$

$\frac{3+3q^2}{q}=10 \to 3+3q^2=10q$

$3q^2-10q+3=0$

$q^2-10q+9=0$

$(q-1)(q-9)=0$

$\div 9$ یا $\div 9$ یا

$9,3,1 \Leftarrow q=\frac{1}{3}$ ، $q=3 \Rightarrow 1,3,9$

۸) ۳

$2\times3^{n-1} \xrightarrow[n=10]{} 2\times3^{9}$

$a_n = 2, 6, 18, \dots$ $\quad (\times 3,\ \times 3)$

$S_{10} = a_1\left(\frac{1-q^{10}}{1-q}\right) = 2\left(\frac{1-3^{10}}{1-3}\right) = -(1-3^{10}) = \boxed{59048}$

حاصل ضرب ۱۰ جمله $= (a_1\times a_{10})^{\frac{10}{2}} = (\underbrace{a_1\times a_{10}}_{2\times 2\times3^{9}})^{5} = (2^2\times3^9)^5 = \boxed{2^{10}\times3^{45}}$

۹) ۲

a_1, a_2, a_3

$(\overbrace{a_2-a_1}^{a}), (\overbrace{a_3-a_2}^{b}), (\overbrace{a_4-a_3}^{c}), \dots$

$\to a(q-1),\ aq(q-1),\ aq^2(q-1), \dots$ $\quad (\times q,\ \times q)$

قدرنسبت ثابت $\boxed{q = q}$

اثبات $b^2 = ac$

$(a_3-a_2)^2 = (a_2-a_1)(a_4-a_3)$

$a_3^2 + a_2^2 - 2a_2a_3 = a_2a_4 - a_2a_3 - a_1a_4 + a_1a_3$

$a^2q^4 + a^2q^2 - 2\times a^2\times q^3 = a^2q^4 - a^2q^3 - a^2q^3 + a^2q^2$

$a^2q^4 + a^2q^2 - 2a^2q^3 = a^2q^4 - 2a^2q^3 + a^2q^2$

۱۰) ۲

الف)

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$a_1 \xrightarrow{+d} a_2 \xrightarrow{+d} a_3 + \text{—} a_n$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = a_1 + a_1 + d = 2a_1 + d$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3a_1 + 3d$$

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 4a_1 + 6d$$

$$2\,\frac{\cancel{4}}{2}(2a_1 + 3d) = 2(2a_1 + 3d)$$

ب)

$$S_n = a\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$$

$$S_n = a_1 + aq + aq^2 + aq^3 + \text{—} + aq^{n-1} = A$$

$$\times q \quad S_n \times q = aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + \text{—} + aq^n = qA$$

$$S_n - S_n(q) = a_1 - aq^n$$

$$S_n(1-q) = a(1-q^n)$$

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{(1-q)}$$