باران ابراهیمی — سرو دفتر — تکلیف ۱۴

۱۹/۷۵

①

الف) $a_n : \frac{1}{2}, 1, 2$

$q = 2 \qquad a_n = \frac{1}{2} \times (2)^{n-1}$

$a_{10} = \frac{1}{2}(2)^9 \Rightarrow 2^8 = 256$

۳

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = q^4$

$2^4 = 16$

ج) a, b, c

$b^2 = a.c$

$a_4 = \frac{1}{2}(2)^3 = 4$

$a_{10} = 256$

$b^2 = 1024$

$b = \pm 32$

د) $\frac{1}{2}(2)^{n-1} = 128$

$2^{n-2} = 128$

$n - 2 = 7$

$n = 9$

---

②

$aq^4 = 12 \qquad aq^7 = 96 \qquad q^3 = \frac{96}{12} \qquad q^3 = 8 \qquad q = 2$

$a_{10} = a_5 \times q^5 \Rightarrow 12 \times 32 = 384$

۳

---

③

الف) $(a_3)^5 = 243 \qquad a_3 = 3$

۳

ب) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 243$

$(a_1 \cdot a_5) = (a_3)^2 \Rightarrow$

$(a_1 \cdot a_5) = 9$

---

④

$2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$

$a \quad b \quad c$

$b^2 = a.c \Rightarrow 32 = 2^{b+a} \Rightarrow 2^5 = 2^{b+a}$

$b + a = 5$ واسطه‌ی حسابی، $2c = a + b \Rightarrow 2c = 5$

$c = 2/5$

۳

---

⑤

$3, \; 7, \; 11 \Rightarrow$ حسابی

$\underbrace{3,\;7}_{+4}\;\underbrace{7,\;11}_{+4}$

$1-x, x, x+1 \Rightarrow x^2 = (1-x)(x+1) \Rightarrow x^2 = \cancel{x} + 1 - x^2 - \cancel{x}$

$2x^2 = 1 \qquad x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

۱۱/۷۵

فقط $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ درسته!

۴

$a + aq^3 = 28 \Rightarrow a(1+q^3) = 28$

$aq + aq^2 = 12 \Rightarrow aq(1+q) = 12 \Rightarrow \dfrac{a(1+q^3)}{aq(1+q)} = \dfrac{7}{3} \Rightarrow$

$\dfrac{(1+q)(1+q^2-q)}{q(1+q)} = \dfrac{7}{3} \Rightarrow 3 + 3q^2 - 3q = 7q \Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0$

$q^2 - 10q + 9 = 0 \Rightarrow (q-1)(q-9) = 0 \quad \begin{cases} q = \frac{1}{3} \to \\ q = 3 \to a(1+27) = 28 \quad a = 1 \end{cases}$

جمله ی ... $aq^3 = 27$

۵

$\dfrac{a}{q} \times a \times aq = 27, \quad a^3 = 27, \quad a = 3 \quad \left(\dfrac{3}{q} + 3 + 3q = 13\right) \times q \Rightarrow$

$3 + 3q + 3q^2 = 13q \Rightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \quad q^2 - 10q + 9 = 0 \quad (q-1)(q-9)$

$q \begin{cases} \frac{1}{3} \to 1, 3, 9 \\ 3 \to 9, 3, 1 \end{cases}$

۶

الف) $a_n = 2, 6, 18, \ldots$

$q = 3 \quad a_1 = 2 \quad S_n = \dfrac{a(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow$

$S_{10} = \dfrac{\cancel{2}(3^{10} - 1)}{\cancel{2}}, \quad \boxed{3^{10} - 1}$

ب) $a_{10} = 2 \times 3^9 \quad a_1 = 2$

$P_{10} = (4 \times 3^9)^5 \Rightarrow 2^{10} \times 3^{45}$

۷

دنباله: $a, aq, aq^2, aq^3, \ldots, aq^{n-1}$

تفاضلی: $aq - a, \ aq^2 - aq, \ aq^3 - aq^2, \ \ldots, \ aq^{n-1} - aq^{n-2}$

$\underbrace{a(q-1), aq(q-1)}_{\times q}, \underbrace{aq^2(q-1)}_{\times q}, \ldots$ تشکیل یک دنباله هندسی می دهد

با جمله اول: $a(q-1)$ و قدر نسبت q

$\boxed{aq^{n-2}(q-1)} = aq^{n-1}$

قدر نسبت

$a_1 = a(q-1) \quad q = q$

۸

الف) $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n$

$a + (a+d) + (a+2d) + \ldots + (a+(n-1)d)$

$\dfrac{a + a + (n-1)d}{2} \times n \Rightarrow$

$(2a + (n-1)d) \times \dfrac{n}{2}$

ب) $S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$

$(S = a + aq + aq^2 + \ldots + aq^{n-1}) \times q$

$qS = aq + aq^2 + aq^3 + \ldots + aq^n$

$S - Sq = a - aq^n \Rightarrow$

$S(1-q) = a(1-q^n) \Rightarrow S = \dfrac{a(1-q^n)}{1-q}$

$S = \dfrac{a(q^n - 1)}{q - 1}$