نام و نام خانوادگی ......[illegible]......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱۴... کلاس ....

۱

$q = ۲ \quad a_n = \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱}$

الف) $\frac{۱}{۲} \times ۲^{۹} = ۲^{۸} = ۲۵۶$

ب) $\frac{\frac{۱}{۲} \times ۲^{۱۶}}{\frac{۱}{۲} \times ۲^{۱۲}} = ۲^{۴} = ۱۶$

ج) $a_۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۳} = ۲^{۲}$ $\quad b = \sqrt{ac}$

$a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۹} = ۲^{۸}$ $\quad b = \sqrt{۲^{۲} \times ۲^{۸}} \Rightarrow b = ۲^{۵} = ۳۲$

د) $\frac{۱}{۲} \times q^{n-۱} = ۲^{۷}$

$q^{n-۱} = ۲^{۸}$

$n - ۱ = ۸$

$n = ۹$

۲

$\frac{aq^{۷}}{aq^{۴}} = q^{۳} = \frac{\overset{۸}{\cancel{۹۶}}}{\cancel{۱۲}} \quad q = ۲$

$a_{۱۰} = a_{۸} \times q^{۲} = ۹۶ \times ۴ = ۳۸۴$

۳

$\frac{a_۳}{\cancel{q^۲}} \times \frac{a_۳}{\cancel{q}} \times a_۳ \times a_۳ \cancel{q} \times a_۳ \cancel{q^۲} = (a_۳)^{۵} = ۲۴۳ \Rightarrow a_۳ = ۳$

الف) $a_۳ = ۳$

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۲ \times a_۴ = a_۳ \times a_۳$

$\Rightarrow a_۱ \times a_۵ = ۹$

۴

$b^{۲} = ac \quad (۴\sqrt{۲})^{\cancel{۲}} = ۲^{a} \times ۲^{b} \quad a + b = ۵$

$۳۲ = ۲^{۵}$

$\frac{a + c}{۲} = b \Rightarrow b = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$

۵

$q^{\overset{۴}{\cancel{۷-۳}}} = \frac{x}{۱-x} \quad \frac{x}{۱-x} = \frac{۱+x}{x}$

$q^{\overset{۴}{\cancel{۱۱-۷}}} = \frac{۱+x}{x}$

$x^{۲} = ۱ - x^{۲}$

$۲x^{۲} = ۱$

$x^{۲} = \frac{۱}{۲}$

$x = \pm \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۶	$a_۱+a_۴=۲۸$ $a_۲+a_۳=۱۲$ $\frac{a_۱+aq^۳}{aq+aq^۲}=\frac{\cancel{a}(۱+q^۳)}{\cancel{a}(q+q^۲)}=\frac{۲۸}{۱۲}=\frac{۷}{۳}$ $۳+۳q^۳=۷q+۷q^۲$ $\rightarrow(۱+q)(q^۲-q+۱)$ $q(\cancel{۱+q})$ ۲) $\Rightarrow ۳q^۲-۱۰q+۳\rightarrow q^۲-۱۰q+۹$ $(q-۹)(q-۱)$ $۳q^۳-۷q^۲-۷q+۳=0$ $q=۳\Rightarrow ۱, ۳, ۹, \boxed{۲۷}$ $q=\frac{۱}{۳}\Rightarrow \boxed{۲۷}, ۹, ۳, ۱$
۷	$a_۱+a_۲+a_۳=۱۳$ $a_۱\times a_۲\times a_۳=۲۷$ $\frac{a_۲}{q}\times a_۲\times a_۲q=(a_۲)^۳=۲۷\Rightarrow a_۲=۳$ $=aq=۳\Rightarrow a_۱=۱$ $\frac{۳}{q}+۳+۳q=۱۳$ $\frac{۳}{q}+۳q=۱۳-۳=۱۰$ $q=۳ , \frac{۱}{۳}$ $q=۳\Rightarrow ۱, ۳, ۹$ $q=\frac{۱}{۳}\Rightarrow ۹, ۳, ۱$
۸	$a_۱=۲$ $q=۳$ الف) $S_n=a\left(\frac{q^n-۱}{q-۱}\right)=\cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰}-۱}{\cancel{۳-۱}}\right)=۵۹۰۴۹-۱=۵۹۰۴۸$ ب) $a^n\times q^{\frac{n(n-۱)}{۲}}=۲^{۱۰}\times ۳^{\frac{\cancel{۱۰}\times ۹}{\cancel{۲}}}=۲^{۱۰}\times ۳^{۴۵}=$ ۱۰۲۴×۳^{۴۵}
۹	$a_n=aq^{n-۱}$ $b_n=a_{n+۱}-a_n=aq^n-aq^{n-۱}=aq^{n-۱}(q-۱)=a(q-۱)(q^{n-۱})$ $b_{n+۱}=a_{n+۲}-a_{n+۱}$ $b_{n+۱}=(a\times q^{n-۱})-(a\times q^n)\Rightarrow aq^n(q-۱)$ $\frac{b_{n+۱}}{b_n}=\frac{a(q-۱)q^n}{a(q-۱)q^{n-۱}}=\frac{q^n}{q^{n-۱}}=q$ قدر نسبت دنباله جدید همان q است ⇐ دنباله هندسی است
۱۰	$a_n+a_۱$ $S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$ $S_n=a_۱+a_۲+a_۳+\dots a_{n-۱}+a_n$ الف) $a_{n-۱}+a_۲$ $=a_n+a_{n-۱}+\dots\dots+a_۱$ + $\Rightarrow ۲S_n=\underbrace{(a_۱+a_n)+(a_۲+a_{n-۱})+(a_۳+a_{n-۲})+\dots+(a_n+a_۱)}_{n\text{ تا}}$ $a_k=a_۱+(k-۱)d$ $\Rightarrow ۲S_n=n.(a_۱+a_n)\Rightarrow S_n=\frac{n}{۲}(a_۱+a_n)$ $a_{n-k+۱}=a_۱+(n-k)d$ $a_k+a_{n-k+۱}=(a_۱+(k-۱)d)+(a_۱+(n-k)d)=۲a_۱+(n-۱)d$ $S_n=\frac{n}{۲}(a_۱+a_۱+(n-۱)d)=$ $S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$

۱۰

ب) $S_n = a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$

$$S = a + \cancel{aq} + \cancel{aq^{۲}} + \cdots + \cancel{aq^{n-1}}$$

$$-(Sq = \cancel{aq} + \cancel{aq^{۲}} + \cancel{aq^{۳}} + \cdots + \cancel{aq^{n-1}} + aq^n)$$

$$S - qS = a - q^n$$

$$S(1-q) = a(1-q^n) \qquad S = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$$