پرنیان دهقانی

---

۱)

الف) $d = ۲$ $\quad a_{۱۰} = \frac{۱}{\cancel{۲}} \times \cancel{۲}^{۹} = ۲^{۸} = \underline{۲۵۶}$

ب) $a_۱ d^{۳} = \frac{۱}{۲} \times ۸ = ۴$ $\quad a_۱ d^{۹} = \frac{۱}{۲} \times ۲^{۹} = ۲^{۸}$ $\quad \frac{\cancel{a_۴} d^{۴}}{\cancel{a_۴}} = d^{۴} = \underline{۱۶}$

$\underset{۴ \leftarrow}{a_۴} \quad ○ \quad \underset{\to ۲۵۶}{a_{۱۰}}$

ج) $b^{۲} = ۲۵۶ \times ۴ = ۱۰۲۴ \to b = \underline{۳۲}$

د) $۱۲۸ = \frac{۱}{۲} \times d \to d^{n-۱} = ۲ \times ۱۲۸ = ۲۵۶ \to n-۱ = ۸ \to \underline{n = ۹}$

---

۲) $a_۵ = ۱۲$ $\quad a_۸ = ۹۶$ $\quad \frac{a_۸}{a_۵} = d^{۳}$ $\quad \frac{۹۶}{۱۲} = ۸ \to d^{۳} = ۸ \to d = ۲$

$a_{۱۰} = a_۸ d^{۲} \Rightarrow ۹۶ \times ۴ = \underline{۳۸۴}$

---

۳)

الف) $\overbrace{a_۱ \times \underbrace{a_۲ \times a_۳ \times a_۴}_{a_۳ \times a_۳} \times a_۵}^{a_۳ \times a_۳} = a_۳^{۵} = ۲۴۳ \to a_۳ = \sqrt[۵]{۲۴۳} = \underline{۳}$

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۳ \times a_۳ = ۳ \times ۳ = \underline{۹}$

---

۴) $۲^{a+b} = (۴\sqrt{۲})^{۲} \to ۲^{a+b} = ۳۲ = ۲^{۵} \to a+b = ۵ \to$ واسطه حسابی $= \frac{۵}{۲}$

---

۵) $\underset{۱-x}{\overset{a_۳}{\downarrow}} \quad \underset{x}{\overset{a_۷}{\downarrow}} \quad \underset{x+۱}{\overset{a_{۱۱}}{\downarrow}}$

$b^{۲} = ac$

$x^{۲} = (۱-x)(۱+x)$

$x^{۲} = ۱-x^{۲} \to ۲x^{۲} = ۱ \quad x^{۲} = \frac{۱}{۲}$

$x = \pm \frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{۲}}$ ⟵ منفی آن نیز قابل قبول است چون $q^{۴}$ منفی نمی‌شود $\to \pm \frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \underline{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

۶

$$\begin{cases} a_1 + a_1 d^۳ = ۲۸ \\ a_1 d + a_1 d^۲ = ۱۲ \end{cases}$$

$x, xd, xd^۲, xd^۳ = ۴۰$

$\underbrace{x}_{۱}(\underbrace{۱+d+d^۲+d^۳}_{۴۰}) = ۴۰$ $\qquad ۴۰ = ۱ \times ۴۰$

$\boxed{a_1 = ۱}$ $\quad \boxed{d = ۳}$ $\quad$ بزرگترین $= a_1 d^۳ = \boxed{۲۷}$

---

۷)

$\frac{x}{d}, x, xd \to$ ضرب $= x^۳ \to ۲۷ \to \underline{x = ۳}$

$\frac{۳}{d} + ۳, ۳d \to ۱۳ \to \frac{۳ + ۳d + ۳d^۲}{d} = ۱۳ \to ۳ + ۳d + ۳d^۲ = ۱۳d$

$۳d^۲ - ۱۰d + ۳ = ۰$

$d^۲ - ۱۰d + ۹ = ۰ \to$ ریشه‌ها $= \frac{۱}{۳}$ و ۳

سه عدد $\Longrightarrow \begin{cases} ۱ ، ۳ ، ۹ \\ ۹ ، ۳ ، ۱ \end{cases}$

---

۸)

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots$ (×۳, ×۳) $\to d = ۳$

الف) $a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) = \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳ - ۱}_{۲}}\right) = \boxed{۳^{۱۰} - ۱}$

ب)

$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{10} = a_1 \times a_1 q \times a_1 q^۲ \times \dots \times a_1 q^۹$

$(a_1)^{۱۰} \times q^{۴۵} = ۲^{۱۰} \times ۲^{۴۵} = ۱۰۲۴ \times ۳^{۴۵}$

---

۹)

$A = a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow$

$a, \; aq, \; aq^۲, \; aq^۳, \dots, aq^n$

$a_2 - a_1 = aq - a = a(q-۱)$

$a_3 - a_2 = aq^۲ - aq = aq(q-۱)$

$a_4 - a_3 = aq^۳ - aq^۲ = aq^۲(q-۱)$

$q = \frac{x_2}{x_1} = \frac{aq(q-۱)}{a(q-۱)} = q$

$A = a(q-۱), aq(q-۱), aq^۲(q-۱), \dots$

۱۰) الف)

$S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n-۱)d)$

$\hookrightarrow S_n = a_۱ + (a_۱ + d) + (a_۱ + ۲d) + \dots + (a_۱ + (n-۱)d)$

$S_n = a_n + a_n - d + a_n - ۲d + \dots + a_۱ + d + a_۱$

$۲S_n = n(۲a_۱ + d(n-۱) \Rightarrow S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + d(n-۱))$

ب) $S_n = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \dots + a_n$

$-S_n = -a_۱ + -a_۱q - a_۱q^۲ - \dots a_۱q^{n-۱}$

$S_n \times q = a_۱q + a_۱q^۲ + a_۱q^۳ + \dots a_۱q^n$

$qS_n - S_n = aq^n - a \Rightarrow S_n = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right)$