آزمون ... دهم دختران

۲۰

۱- $\frac{1}{2}, 1, 2, \dots \Rightarrow a_n = \frac{1}{2}(2)^{n-1}$

الف) $a_{10} = \frac{1}{2}(2)^{10-1} = \frac{1}{2}\times 512 = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\frac{1}{2}(2)^{17-1}}{\frac{1}{2}(2)^{13-1}} = \frac{2^{15}}{2^{11}} = 2^4 = 16$

ج) با توجه به متن سوال جمله‌ها در نظر گرفته ۳۲ مورد قبول واقع می‌شود $(\frac{1}{2}(2)^{4-1})(\frac{1}{2}(2)^{10-1}) = 2^2\times 2^8 = 2^{10} = b^2 \to b = \pm 2^5$

د) $128 = \frac{1}{2}(2)^{n-1} \Rightarrow 256 = 2^{n-1} \Rightarrow 2^8 = 2^{n-1} \to 8 = n-1 \to n = 9$

۲- $q^{8-5} = \frac{96}{12} \Rightarrow q^3 = 8 \to q = 2 \to a_{10} = a_8\times q^2 = 96\times 2^2 = 384$

۳- الف) $\frac{a_3}{q^2}, \frac{a_3}{q}, a_3, a_3q, a_3q^2 \Rightarrow \frac{a_3}{q^2}\times\frac{a_3}{q}\times a_3\times a_3q\times a_3q^2 = 243 \to a_3^5 = 243 \to a_3 = 3$

ب) $\frac{a_3}{q^2}\times a_3q^2 = a_3^2 = 3^2 = 9$

۴- $2^a\times 2^b = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2^{a+b} = 2^5 \to a+b = 5 \to \frac{5}{2} = 2/5$

۵- $\frac{a_7}{a_3} = q^4 = \frac{x}{1-x}$ ، $\frac{a_{11}}{a_7} = q^4 = \frac{x+1}{x}$ $\Rightarrow \frac{x}{1-x} = \frac{x+1}{x} \to x^2 = (1-x)(x+1) \to x^2 = 1-x^2 \to 2x^2 = 1 \to x^2 = \frac{1}{2}, x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

اما چون به ازای منفی حاصل عددی منفی می‌شود درصورتی که q^4 حتماً عددی + است پس منفی غیرقابل قبول است و جواب $+\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶- $a_1 + a_1q^3 = 28 \to a_1(1+q^3) = 28$ و $a_1q + a_1q^2 = 12 \Rightarrow a_1q(1+q) \Rightarrow \frac{a_1(1+q^3)}{a_1q(1+q)} = \frac{28}{12}$

$\Rightarrow \frac{(1+q)(1^2-q+q^2)}{q(1+q)} = \frac{7}{3} \Rightarrow 3-3q+3q^2 = 7q \Rightarrow 3q^2-10q+3 = 0 \Rightarrow$

الف) $q = \frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4(3\times 3)}}{2(3)} = \frac{10\pm\sqrt{64}}{6} = \frac{10\pm 8}{6}$

ب) بزرگترین $\to$ ① $q = 3$ $1, 3, 9, 27$

② $q = \frac{1}{3}$ $27, 9, 3, 1$

۷- $a_1\times aq\times aq^2 = 27 \to a^3q^3 = 27 \to aq = 3 \to a_1 + a_1q + a_1q^2 = 13 \Rightarrow \frac{3}{q} + 3 + 3q = 13$

$\to \frac{3}{q} + 3q = 10 \to 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Rightarrow q = \frac{10\pm\sqrt{64}}{2(3)} \Rightarrow$ ① $q = 3 \to 1, 3, 9, \dots$

② $q = \frac{1}{3} \to 9, 3, 1$

۸- الف) $q = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow S_{10} = \frac{2(3^{10}-1)}{3-1} = 3^{10}-1 = 59048$

ب) $P_{10} = (2\times(2\times 3^9))^{\frac{10}{2}} = (2^2\times 3^9)^5 = 2^{10}\times 3^{45}$

۹. $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3 \Rightarrow a_1q - a_1, a_1q^2 - a_1q, a_1q^3 - a_1q^2 \Rightarrow a_1(q-1), a_1q(q-1), a_1q^2(q-1), \ldots$ قدرنسبت: q

۱۰.

الف) $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + \ldots a_1 + (n-1)d$ ، جمع تعداد d ها $= \frac{n(n-1)}{2}$

$\Rightarrow na_1 + \frac{n(n-1)}{2} d \Rightarrow \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

ب) $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \ldots + a_1q^{n-1} \xRightarrow{\times q} qS_n = aq + aq^2 + aq^3 + \ldots aq^n \Rightarrow$

$qS_n - S_n \Rightarrow (q-1)S_n = aq^n - a = a(q^n - 1) \Rightarrow S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$

اگر $q \neq 1$ اینگونه می شود در غیر این صورت دنباله ثابت است