ملیا توکلیان

الف) $a_{۱۰} = a_۱ r^۹ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸$ ۱

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{\cancel{a_۱} r^{۱۶}}{\cancel{a_۱} r^{۱۲}} = r^۴ = ۲^۴ = ۱۶$

ج) $a_۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۳ = ۴$

$a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸$

$\Big\}\; ۲^۲ \times ۲^۸ = ۲^{۱۰} = b$

$b^۲ = ac \rightarrow b = \sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{۲^{۱۰}} = ۲^۵ = ۳۲$

د) $a_۱ r^{n-۱} = ۱۲۸ \rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-۱} = ۱۲۸ \Rightarrow ۲^{n-۱} = ۲^۸$

$\boxed{n = ۹}$

$a_۵ = ۱۲ = ar^۴ \quad a_۸ = ۹۶ = ar^۷ \quad \frac{ar^۷}{ar^۴} = r^۳ = \frac{\cancel{۹۶}}{\cancel{۱۲}}\,۸ \Rightarrow r = ۲ ,\; a = \frac{۳}{۴}$ ۲

$a_{۱۰} = \frac{۳}{\cancel{۴}} \times \cancel{۲^۹}\,^{۲^۷} = ۳ \times ۲^۷$

$\frac{x}{\cancel{q^۲}} \times \frac{x}{\cancel{q}} \times x \times \cancel{xq} \times \cancel{xq^۲} = x^۵ = ۲۴۳ \qquad x = a_۳$

$x = a_۳ = ۳$

$\boxed{\begin{array}{l} a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳ \\ (a_۳)^۵ = ۲۴۳ \\ a_۳ = ۳ \end{array}}$ ۳

$a_۱ \times a_۵ = \underbrace{a_۲ \times a_۴}_{۹}$

$۲^a ,\; ۴\sqrt{۲} ,\; ۲^b$

$۲^a \times ۲^b = \cancel{(۴\sqrt{۲})^۲} \Rightarrow ۲^{a+b} = ۲^۵ \Rightarrow a+b = ۵ \qquad \frac{\overset{۵}{a+b}}{۲} = ۲/۵$ ۴

$۳۲ = ۲^۵$

$a_۳ = ۱ - x \qquad b^۲ = ac$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x + ۱ \qquad x^۲ = (۱-x)(۱+x)$ ۵

$x^۲ = ۱ - x^۲$

$۲x^۲ = ۱ \qquad x^۲ = \frac{۱}{۲} \qquad x = \boxed{\frac{+\sqrt{۲}}{۲}}$

$۱ + \frac{\sqrt{۲}}{۲} = +$

$-\frac{\sqrt{۲}}{۲} = -$

$-\frac{\sqrt{۲}}{۲} + ۱ = +$

$\Big\}$ نمی‌تواند $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ باشد

۶

$a_۱ + a_۴ = ۲۸$

$a + ar^۳ = ۲۸ \to a(۱+r^۳) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲ \to ar + ar^۲ = ۱۲ \to ar(۱+r) = ۱۲$

$\frac{a(۱+r^۳)}{ar(۱+r)} = \cancel{\frac{۲۸}{۱۲}}\ \frac{۷}{۳}$

$\frac{\cancel{(۱+r)}(۱+r^۲-r)}{r\cancel{(۱+r)}} = \frac{۷}{۳}$

$۳+۳r^۲-۳r = ۷r$

$۳r^۲ - ۱۰r + ۳ = ۰$

$r^۲ - ۱۰r + ۹ = ۰$

$(r-۱)(r-۹) = ۰$

$r = \frac{۱}{۳},\ \cancel{\frac{۹}{۳}}\ ۳$

$r = \frac{۱}{۳},\ ۳$

$\Leftarrow$

اگر $r = ۳ \Rightarrow ۱, ۳, ۹, \boxed{۲۷}, \ldots$

$r = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \boxed{۲۷}, ۹, ۳, ۱, \ldots$ $\boxed{\begin{matrix}۲۷\\ \text{ب}\end{matrix}}$

۷

$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱۳$

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ = ۲۷ \Rightarrow \frac{x}{\cancel{q}}, x, x\cancel{q} = ۲۷ \Rightarrow a_۲ = ۳$

$a_۲ = x$

$a_۲ = ۳ = aq = ۳ \quad q = \frac{۳}{a_۱}$

$a_۱ + ۳ \times \frac{۳}{a_۱} = ۱۰$

$a_۱ + \frac{۹}{a_۱} = ۱۰ \quad \frac{a_۱^۲ + ۹}{a_۱} = ۱۰ \quad a_۱^۲ + ۹ = ۱۰a_۱$

$a_۱^۲ - ۱۰a_۱ + ۹ = ۰$

$(a_۱ - ۹)(a_۱ - ۱) = ۰$

$a_۱ = ۹, ۱$

و $r = ۳$ و $\frac{۱}{۳}$

$r = ۳ \Rightarrow ۱, ۳, ۹$

$r = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۹, ۳, ۱$

۸

الف) $q = ۳ \quad S_{۱۰} = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) \to \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳-۱}}\right) = ۳^{۱۰} - ۱$

$\Rightarrow (a_۱ \times a_{۱۰})^{\frac{n}{۲}} = (\underset{۲}{\cancel{a_۱}} \times \underset{۲ \times ۳^۹}{\cancel{a_{۱۰}}})^۵ = (۲^۲ \times ۳^۹)^۵ = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

$a_{۱۰} = ۲ \times ۳^۹$

$a, ar, ar^۲, \dots$

$$\left.\begin{aligned} ar - a &= a(r-1) \\ ar^۲ - ar &= ar(r-1) \end{aligned}\right\} \times r$$

$$r = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{ar\cancel{(r-1)}}{a\cancel{(r-1)}} = \boxed{r=1}$$

$\vdots$ ۹

الف) $a_۱+(a_۱+d)+(a+۲d)+(a+۳d)+\dots+(a+(n-1)d)$ ۱۰

$$na+d(1+۲+۳+۴+\dots+n-1) \rightarrow na+d\frac{(n-1)n}{۲} = \frac{n}{۲}(۲a+(n-1)d)$$

ب) $S = a_۱+a_۲+a_۳+\dots+a_n$

$$S = a + \cancel{aq} + \cancel{aq^۲} + \dots + \cancel{aq^{n-1}}$$

$$Sq = aq + \cancel{aq^۲} + \dots + \cancel{aq^{n-1}} + aq^n$$

$$S - Sq = a - aq^n \Longrightarrow S(1-q) = a(1-q^n)$$

$$S = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$