ملیا توکلیان ۲۵

الف) $a_{۱۰} = a_1 r^۹ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{\cancel{a_1} r^{۱۶}}{\cancel{a_1} r^{۱۲}} = r^۴ = ۲^۴ = ۱۶$

ج) $a_۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۳ = ۴$

$a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸$

$۲^۲ \times ۲^۸ = ۲^{۱۰} = b$

$b^۲ = ac \to b = \sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{۲^{۱۰}} = ۲^۵ = ۳۲$

د) $a_1 r^{n-1} = ۱۲۸ \to \frac{۱}{۲} \times ۲^{n-1} = ۱۲۸ \Rightarrow ۲^{n-1} = ۲^۸$

$\boxed{n = ۹}$

۵

۱

$a_۵ = ۱۲ = ar^۴$ $a_۸ = ۹۶ = ar^۷$

$a_{۱۰} = \frac{۳}{\cancel{۴}} \times \cancel{۲^۹}\, ۲^۲ = ۳ \times ۲^۷$

$\frac{ar^۷}{ar^۴} = r^۳ = \cancel{\frac{۹۶}{۱۲}}\, ۸ \Rightarrow r = ۲ , a = \frac{۳}{۴}$

۵

۲

$\frac{x}{\cancel{q^۲}} \times \frac{x}{\cancel{q}} \times x \times \cancel{xq} \times \cancel{xq^۲} = x^۵ = ۲۴۳$ $x = a_۳$

$x = a_۳ = ۳$

$a_1 \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳$

$(a_۳)^۵ = ۲۴۳$

$a_۳ = ۳$

$a_1 \times a_۵ = \underbrace{a_۳ + a_۳}_{۹}$

۵

۳

$۲^a , ۴\sqrt{۲} , ۲^b$

$۲^a \times ۲^b = \cancel{(۴\sqrt{۲})^۲} \Rightarrow ۲^{a+b} = ۲^۵ \Rightarrow a+b = ۵$ $\frac{a+b^{۵}}{۲} = ۲/۵$

$۳۲ = ۲^۵$

۵

۴

$a_۳ = ۱ - x$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x + ۱$

$b^۲ = ac$

$x^۲ = (۱-x)(۱+x)$

$x^۲ = ۱ - x^۲$

$۲x^۲ = ۱$ $x^۲ = \frac{۱}{۲}$ $x = \boxed{\frac{+\sqrt{۲}}{۲}}$

$۱ + \frac{\sqrt{۲}}{۲} = +$

$-\frac{\sqrt{۲}}{۲} = -$

$-\frac{\sqrt{۲}}{۲} + ۱ = +$

$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ نمی‌تواند باشد

۵

۵

$a_۱ + a_۴ = ۲۸$

$a + ar^۳ = ۲۸ \to a(۱+r^۳) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲ \to ar + ar^۲ = ۱۲ \to ar(۱+r) = ۱۲$

$\frac{a(۱+r^۳)}{ar(۱+r)} = \cancel{\frac{۲۸}{۱۲}}\ \frac{۷}{۳}$ $\quad \frac{\cancel{(۱+r)}(۱+r^۲-r)}{r\cancel{(۱+r)}} = \frac{۷}{۳}$

$۳ + ۳r^۲ - ۳r = ۷r$

$۳r^۲ - ۱۰r + ۳ = ۰$

$r^۲ - ۱۰r + ۹ = ۰$

$(r-۱)(r-۹) = ۰$

$r = \frac{۱}{۳} ، \cancel{\frac{۹}{۳}}\ ۳$

$r = \frac{۱}{۳}$ و ۳

۲

اگر $r = ۳ \Rightarrow$ ۱، ۳، ۹، $\boxed{۲۷}$، ...

$r = \frac{۱}{۳} \Rightarrow$ $\boxed{۲۷}$، ۹، ۳، ۱ ...

$\boxed{۲۷ \text{ ب}}$

۶

$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱۳$

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ = ۲۷ \Rightarrow \frac{x}{q} ، x ، xq = ۲۷ \Rightarrow a_۲ = ۳$

$a_۲ = x$

$a_۲ = ۳ = aq = ۳ \quad q = \frac{۳}{a_۱}$

۲

$a_۱ + ۳ \times \frac{۳}{a_۱} = ۱۰$

$a_۱ + \frac{۹}{a_۱} = ۱۰ \quad \frac{a_۱^۲ + ۹}{a_۱} = ۱۰ \quad a_۱^۲ + ۹ = ۱۰a_۱$

$a_۱^۲ - ۱۰a_۱ + ۹ = ۰$

$(a_۱ - ۹)(a_۱ - ۱) = ۰$

$a_۱ = ۹ ، ۱$

و $r = ۳$ و $\frac{۱}{۳}$

$r = ۳ \Rightarrow$ ۱، ۳، ۹

$r = \frac{۱}{۳} \Rightarrow$ ۹، ۳، ۱

✓

الف) $q = ۳ \quad S_{۱۰} = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) \to \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳ - ۱}}\right) = ۳^{۱۰} - ۱$

$\Rightarrow (a_۱ \times a_{۱۰})^{\frac{n}{۲}} = (\underset{۲}{\cancel{a_۱}} \times \underset{۲ \times ۳^۹}{\cancel{a_{۱۰}}})^۵ = (۲^۲ \times ۳^۹)^۵ = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$

$a_{۱۰} = ۲ \times ۳^۹$

۸

۲

۴

$a, ar, ar^{۲}, \ldots$

$ar - a = a(r-1)$

$ar^{۲} - ar = ar(r-1)$ $\times r$

$\vdots$

۹

$r = \frac{a_{۲}}{a_{۱}} = \frac{\cancel{ar(r-1)}}{\cancel{a(r-1)}} = \boxed{r = 1}$

الف) $a_۱ + (a_۱ + d) + (a + ۲d) + (a + ۳d) + \cdots + (a + (n-1)d)$ ۱۰

$na + d(1 + ۲ + ۳ + ۴ + \cdots + n-1) \rightarrow na + d\frac{(n-1)n}{۲} = \frac{n}{۲}(۲a + (n-1)d)$

ب) $S = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \cdots + a_n$ ۳

$S = a + \cancel{aq} + \cancel{aq^{۲}} + \cdots + \cancel{aq^{n-1}}$

$Sq = \cancel{aq} + \cancel{aq^{۲}} + \cdots + \cancel{aq^{n-1}} + aq^{n}$

$S - Sq = a - aq^{n} \Longrightarrow S(1-q) = a(1-q^{n})$

$S = \frac{a(1-q^{n})}{1-q}$