

الف - $a_n = \frac{1}{r^n}$ و $a_1 = \frac{1}{r}$ $a_n = a_1 r^{(n-1)}$ $a_{10} = a_1 r^9 = \frac{1}{r} \times r^9 = r^8 = 256$
 ب - $\frac{a_{10}}{a_1} = \frac{r^8}{\frac{1}{r}} = r^9 = 16$
 ج - $a_1 r^{(n-1)} = 121$
 $\frac{1}{r} \times r^{(n-1)} = 121$
 $r^{(n-1)} = 121$
 $n-1 = 4 \rightarrow n = 5$
 جدولی نیم

فرمول واسطی هندسی $b^2 = ac$
 $b^2 = a_1 r^3 \times a_1 r^9$
 $b^2 = a_1^2 r^{12} \rightarrow b = a_1 r^6 = \frac{1}{r} \times r^6 = r^5 = 32$

* چون دایره جملات + پیش رفته اند علامت - داخل قافیه نیم.

$a_5 = a_1 r^4 = 12$
 $a_1 = a_1 r^0 = 96$
 $r^4 = \frac{12}{96} = \frac{1}{8} \rightarrow r = \frac{1}{2}$
 $a_{10} = a_1 r^9 = 96 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 96 \times \frac{1}{512} = \frac{3}{16}$

$a_1 r^4 = 12$
 $a_1 \times \frac{1}{r^4} = 12$
 $a = \frac{12}{\frac{1}{16}} = \frac{12}{1} = 12$

الف - $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 24^5$ * $m+n=p+q \rightarrow a_m \times a_n = a_p \times a_q$
 $a_3 = 3^5 \rightarrow a_3 = 3$
 ب - $a_1 \times a_5 = a_3 \times a_3 = a_3^2 = 3^2 = 9$

دنبال هندسی $\rightarrow 2^9, 4^9, 8^9$ واسطی میان $\frac{a+b}{r}$
 * $b^2 = ac$
 $(4^9)^2 = 2^9 \times 8^9$
 $16^9 = 2^9 \times 8^9$
 $16^9 = 2^9 \times 2^{27} = 2^{36}$
 $16^9 = 2^{36} \rightarrow a+b = 36$

$\frac{a+b}{r} = \frac{36}{2} = 18$

دنبال هندسی $\rightarrow 1-x, x, x+1$ * $b^2 = ac$
 $x^2 = (1-x)(1+x)$
 $x^2 = 1-x^2$
 $2x^2 = 1$
 $x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

* خود این سه جمله ای
 دنبالی هندسی متناهی می باشد.

$$\begin{aligned} // \text{ اگر } r=3 &\rightarrow a+ar^3=21 \\ a+27a &= 21 \\ 28a &= 21 \rightarrow a=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} // \text{ اگر } r=\frac{1}{3} &\rightarrow a+ar^3=21 \\ a+\frac{a}{27} &= 21 \\ \frac{28a}{27} &= 21 \rightarrow a=27 \end{aligned}$$

در اینجا $r=3$ و $r=\frac{1}{3}$ را در نظر می‌گیریم. $a=1$ و $a=27$ جواب می‌دهند.

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 21 \rightarrow a + ar^3 = 21 \\ a_2 + a_3 &= 12 \rightarrow ar + ar^3 = 12 \\ \frac{a(1+r^3)}{ar(1+r)} &= \frac{21}{12} \\ \frac{a(1+r^3)(1+r-r)}{ar(1+r)} &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1+r^2-r}{r} &= \frac{7}{4} \\ 4r &= 7 + 7r^2 - 4r \\ 7r^2 - 8r + 7 &= 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac &= 64 - 4 \times 7 \times 7 = -100 \\ r &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{-100}}{14} \end{aligned}$$

در اینجا $r=3$ و $r=\frac{1}{3}$ را در نظر می‌گیریم. $a=1$ و $a=27$ جواب می‌دهند.

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 13 \rightarrow a + ar + ar^2 = 13 \\ a_1 \times a_2 \times a_3 &= 27 \\ a \times ar \times ar^2 &= 27 \\ a^3 r^3 &= 27 \\ ar &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + ar + ar^2 &= 13 \\ a + 3 + ar^2 &= 13 \\ a + ar^2 &= 10 \\ * ar &= 3 \rightarrow a = \frac{3}{r} \\ \frac{3}{r} + 3r &= 10 \\ 3 + 3r^2 &= 10r \\ 3r^2 - 10r + 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} // \text{ اگر } r=3 &\rightarrow a=1 \\ // \text{ اگر } r=\frac{1}{3} &\rightarrow a=27 \end{aligned}$$

$$a_n = 2, 4, 8, \dots \quad a=2, r=2$$

$$S_n = a \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = 2 \left(\frac{2^{10} - 1}{2 - 1} \right) = 2 \times 1023 = 2046$$

$$\begin{aligned} P_n &= \sqrt[n]{(a_1 \cdot a_n)^n} = (a_1 \cdot a_n)^n \\ a_1 &= 2 \\ a_{10} &= ar^9 = 2 \times 2^9 = 1024 \\ P_n &= \sqrt[10]{(2 \times 1024)^{10}} = (2048)^{10} = 2^{10} \times 2^{90} = 2^{100} \end{aligned}$$

دنباله هندسی $\rightarrow a, aq, aq^2, aq^3, \dots$

دنباله هندسی جدید $\rightarrow aq - a, aq^2 - aq, aq^3 - aq^2, \dots$

$$= a(q-1), aq^2(q-1), aq^3(q-1), \dots$$

نسبت $= q$

* پاسخ این سوال در صفحه‌های جداگانه نوشته شده است.

* اثبات - $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$

$$S_n = a + (a+d) + \dots + (a+(n-2)d) + (a+(n-1)d)$$

$$S_n = (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + \dots + (a+d) + a$$

$$2S_n = 2a + (n-1)d + 2a + (n-1)d + \dots$$

$$\rightarrow 2S_n = n(2a + (n-1)d)$$

$$\rightarrow S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

* اثبات - $S_n = a \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$$

$$- qS_n = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n$$

$$S_n - qS_n = a - aq^n$$

$$S_n(1-q) = a(1-q^n)$$

$$S_n = a \left(\frac{1-q^n}{1-q} \right)$$

* البتة انرجع لسلم

كثير يعني $qS_n - S_n$

فجعل مطابق صورت

سوال حاصل في مود.