

الف - $a_{10} = ar^9 = \frac{1}{4} \times 2^9 = 256$
 ب - $\frac{a_{10}}{a_1} = \frac{256}{\frac{1}{4}} = 1024 = 2^x \Rightarrow x = 10$
 ج - $b^2 = ac$
 $b^2 = ar^3 \times ar^9$
 $b^2 = a^2 r^{12} \Rightarrow b = ar^6 = \frac{1}{4} \times 2^6 = 4$
 * چون دایره جملات + بیش از آن علامت - داخلانی نیم.

داده: $a_n = \frac{1}{4}, 1, 2, \dots$ $a = \frac{1}{4}$ $r = 2$ $a_n = ar^{(n-1)}$
 $a_{n-1} = 121$
 $\frac{1}{4} \times 2^{(n-1)} = 121$
 $2^{(n-1)} = 2^8$
 $n-1 = 8 \Rightarrow n = 9$
 جملاتی نیم

الف - $a_5 = ar^4 = 12$
 $a_1 = ar^0 = 3$
 $\frac{a_5}{a_1} = \frac{12}{3} = 4 = r^4 \Rightarrow r = 2$
 $a_{10} = ar^9 = 3 \times 2^9 = 3 \times 512 = 1536$

الف - $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243$
 $a_3 = 3^5 \Rightarrow a_3 = 3$
 ب - $a_1 \times a_5 = a_3 \times a_3 = a_3^2 = 3^2 = 9$

الف - $\frac{a+b}{p}$ وسطی میان a و b
 $\frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$
 ب - $b^2 = ac$
 $(\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b$
 $2 = 2^{a+b}$
 $2^0 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 0$

الف - $1-x$ x $x+1$
 $x^2 = (1-x)(1+x)$
 $x^2 = 1-x^2$
 $2x^2 = 1$
 $x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
 * خود این سه جملاتی
 دایره ای هندسی متشکّل شده اند.

$$\begin{aligned} \text{یا } r=3 &\rightarrow a+ar^3=21 \\ a+27a &= 21 \\ 28a &= 21 \rightarrow a=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{یا } r=\frac{1}{3} &\rightarrow a+ar^3=21 \\ a+\frac{a}{27} &= 21 \\ \frac{28a}{27} &= 21 \rightarrow a=27 \end{aligned}$$

در اینجا $r=3$ و $r=\frac{1}{3}$ دو جواب هستند
 $a=1$ و $a=27$

$$\begin{aligned} a_1+a_2 &= 21 \rightarrow a+ar^3=21 \\ a_2+a_3 &= 12 \rightarrow ar+ar^4=12 \\ \frac{a(1+r^3)}{ar(1+r)} &= \frac{21}{12} \\ \frac{a(1+r^3)(1+r-r)}{ar(1+r)} &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1+r^3-r}{r} &= \frac{7}{4} \\ 4r &= 4 + 4r^3 - 4r \\ 4r^3 - 8r &= 0 \\ 4r(r^2-2) &= 0 \end{aligned}$$

در اینجا $r=3$ و $r=\frac{1}{3}$ دو جواب هستند

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac = 100 - 4 \times 3 \times 3 \\ &= 100 - 36 = 64 \\ r &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 \pm 8}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{10+8}{6} &= 3 \\ \frac{10-8}{6} &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1+a_2+a_3 &= 13 \rightarrow a+ar+ar^2=13 \\ a \times ar \times ar^2 &= 27 \\ a^3 r^3 &= 27 \\ ar &= 3 \\ a &= 1, r=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{یا } r=3 &\rightarrow a+ar+ar^2=13 \\ a+3a+9a &= 13 \\ 13a &= 13 \rightarrow a=1 \end{aligned}$$

الف - $a_n = 2, 4, 8, \dots, a=2, r=2$
 $S_n = a \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = 2 \left(\frac{2^{10} - 1}{2 - 1} \right) = 2 \times 2^{10} - 2 = 2^{11} - 2$

ب - $P_n = \sqrt[n]{(a_1 \cdot a_n)^n} = (a_1 \cdot a_n)^1$
 $a_1 = 2, a_{10} = a r^9 = 2 \times 2^9 = 2^{10}$
 $P_n = \sqrt[10]{(2 \times 2^{10})^{10}} = (2 \times 2^{10}) = 2^{11}$

دنباله هندسی $\rightarrow a, aq, aq^2, aq^3, \dots$

دنباله هندسی جدید $\rightarrow aq - a, aq^2 - aq, aq^3 - aq^2, \dots$
 $= a(q-1), aq^2(q-1), aq^3(q-1), \dots$
 $\times q \quad \times q$

* پاسخ این سوال در صفحه‌های جداگانه نوشته شده است.

$$: S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) \quad * \text{اثبات}$$

$$S_n = a + (a+d) + \dots + (a+(n-2)d) + (a+(n-1)d)$$

$$S_n = (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) + \dots + (a+d) + a$$

$$2S_n = 2a + (n-1)d + 2a + (n-1)d + \dots$$

$$\rightarrow 2S_n = n(2a + (n-1)d)$$

$$\rightarrow S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

$$S_n = a \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) \quad * \text{اثبات}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} \quad \times q$$

$$- qS_n = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n$$

$$S_n - qS_n = a - aq^n$$

$$S_n(1-q) = a(1-q^n)$$

$$S_n = a \left(\frac{1-q^n}{1-q} \right)$$

* البينة او بدعلس تم

كنيم يعني $qS_n - S_n$

فوهول مطابق صورت

سوال حاصل في مشود.