نام و نام خانوادگی: آلاء شاه‌پیری — پاسخنامه تشریحی کلاس شماره: ۱۴ — کلاس: دهم دختر ج

۱

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$ ($\times 2$, $\times 2$)

الف) $r=2$ $\quad a=\frac{1}{2}$ $\quad a_{10}=ar^9 \to a_{10}=\frac{1}{2}\times 2^9 \to \boxed{a_{10}=2^8=256}$ جواب

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{\cancel{a}r^{16}}{\cancel{a}r^{12}} = r^4 \xrightarrow{r=2} 2^4=\boxed{16}$ جواب

ج) $ac=b^2 \to a_3=\frac{1}{2}\times 2^2=2=2^1 \quad a_{10}=256=2^8$ $\quad 2^8\times 2^2=b^2 \to 2^{10}=b^2 \to \boxed{b=2^5}$ جواب $\to$ که می‌شود جمله‌ی هفتم

د) $128=\frac{1}{2}\times 2^{n-1} \to 256=2^{n-1} \to 2^8=2^{n-1} \to 8=n-1 \to n=9 \to$ جمله‌ی نهم جواب

۲

$a_5=12 \quad a_8=96 \to \frac{a_8}{a_5}=\frac{\cancel{a}r^7}{\cancel{a}r^4}=r^3 \to r^3=\frac{96}{12} \to r^3=8=2^3 \to r=2$

$ar^4=12 \to a2^4=12 \to a=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$ $\quad a_{10}=ar^9 \to a_{10}=\frac{3}{4}\times 2^9 \to \boxed{a_{10}=384}$ جواب

۳

الف) $a_1\times a_2\times a_3\times a_4\times a_5=243 \to (a_3)^5=243 \to (a_3)^5=3^5 \to \boxed{a_3=3}$ جواب

$a_6=(a_3)^2$

ب) $a_1\times a_5 \to a_6=(a_3)^2=(3)^2=\boxed{9}$ جواب

۴

$2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$ (a, ar, ar^2) $\to ac=b^2 \to 2^a\times 2^b=(4\sqrt{2})^2 \to 2^{a+b}=32 \to 2^{a+b}=2^5 \to a+b=5$

واسطه حسابی $\to \frac{a+b}{2}=\frac{5}{2}=\boxed{2/5}$ جواب

۵

$a_3=1-x \quad a_7=x \quad a_{11}=x+1 \to ac=b^2 \to a_3\times a_{11}=(a_7)^2 \to (1-x)(x+1)=x^2$

$1-x^2=x^2 \to 2x^2=1 \to x^2=\frac{1}{2} \to x=\mp\frac{1}{\sqrt{2}}=\mp\frac{\sqrt{2}}{2}$ جواب

۶

$a_1+a_4=28 \quad a_2+a_3=12$

$a(1+r^3)=28 \quad ar(1+r)=12$

$\frac{\cancel{a}(1+r^3)}{\cancel{a}r(1+r)}=\frac{28}{12} \to \frac{1+r^3}{r+r^2}=\frac{7}{3} \to \frac{\cancel{(1+r)}(r^2-r+1)}{r\cancel{(1+r)}}=\frac{7}{3}$

$\frac{r^2-r+1}{r}=\frac{7}{3} \to 3r^2-3r+3=7r \to 3r^2+3=10r \to 3r^2-10r+3=0 \to r^2-10r+9=0$

$(r-9)(r-1) \to r=\frac{9}{3}=3$, $r=\frac{1}{3}$

جای‌گذاری $\to a(1+r^3)=28 \xrightarrow{r=3} a(1+27)=28 \to a=1$

$a_n=1,3,9,\boxed{27}$

$\xrightarrow{r=\frac{1}{3}} ar(1+r)=12 \to a\frac{1}{3}(1+\frac{1}{3})=12 \to \frac{4}{9}a=12 \to a=\frac{12}{\frac{4}{9}}=27$

$a_n=\boxed{27},9,3,1$

جواب: بزرگترین عدد در هر دو حالت ۲۷

۷

$a_1+a_2+a_3=13 \quad a_1\times a_2\times a_3=27 \to a+\underbrace{ar}_{3}+ar^2=13 \to a+ar^2=10$

$a\times ar\times ar^2=27 \to a^3r^3=27 \to (ar)^3=3^3 \to ar=3 \to a=\frac{3}{r} \to \frac{3}{r}+\frac{3r^2}{r}=10 \to \frac{3+3r^2}{r}=10$

$3+3r^2=10r \to 3r^2-10r+3=0 \to (r-9)(r-1) \to r=3$, $r=\frac{1}{3}$

$\xrightarrow{r=3} a_n=1,3,9$, $\xrightarrow{r=\frac{1}{3}} a_n=9,3,1$

نام و نام خانوادگی: آیلا وشاه پیری — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره: ۱۴ — کلاس: دهم دختر C

۸

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots$ ($\times ۳$, $\times ۳$) $\to q = ۳ \quad a = ۲$

$a_{10} = ۲ \times ۳^{۹} \to a_{10} = ۳۹۳۶۶$

الف) $S_{10} \Longrightarrow S_n = a\left(\frac{q^n - 1}{q-1}\right) \longrightarrow S_{10} = \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\cancel{۳ - ۱}}\right) = \boxed{۳^{۱۰} - ۱ = ۵۹۰۴۸}$ جواب

ب) $P_n = \sqrt{(a_1 \times a_n)^n} \to P_{10} = \sqrt{(a_1 \times a_{10})^{10}} = (a_1 \times a_{10})^{۵} = (۲ \times ۳۹۳۶۶)^{۵} = (۷۸۷۳۲)^{۵}$ جواب

۹

$a, aq, aq^2, aq^3, \dots \longrightarrow aq - a = a(q-1) \qquad aq^2 - aq = aq(q-1) \qquad aq^3 - aq^2 = aq^2(q-1)$

دنباله‌ی هندسی جدید $= a(q-1), aq(q-1), aq^2(q-1)$ ($\times q$, $\times q$) $\Longrightarrow a'_1 = a(q-1), \; q' = q$

پس دنباله‌ی بدست آمده هندسی است.

و قدر نسبت آن q است.

$a_n = aq^{n-1}$ اولیه

$a_n = a(q-1)q^{n-1}$ جدید

۱۰

الف) $S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n-1)d) \longrightarrow S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

$\to S_n = a + a + d + a + ۲d, a + ۳d, \dots, a + (n-1)d =$

$S_n = a + (n-1)d + a + (n-2)d + a + (n-3)d + \dots + a =$

$۲S_n = ۲a + (n-1)d + ۲a + (n-1)d + \dots + ۲a + (n-1)d$ $\xrightarrow{\text{تا } n}$

$۲S_n = n(۲a + (n-1)d) \xrightarrow{\div ۲} S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n-1)d)$ ✓

ب) $S_n = a\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right) \longrightarrow S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \longrightarrow S_n = a + aq + aq^2 + aq^3 + aq^4 + \dots + aq^{n-1}$

$S_n = a(1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{n-1}) \xrightarrow{\times q} qS_n = a(q + q^2 + q^3 + q^4 + \dots + q^n)$

$qS_n - S_n = a(\cancel{q} + \cancel{q^2} + \cancel{q^3} + \dots + q^n) - a(1 + \cancel{q} + \cancel{q^2} + \cancel{q^3} + \dots + \cancel{q^{n-1}})$

$S_n(q-1) = a(q^n - 1) \to S_n = a\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$ ✓