نام و نام خانوادگی: آلاء شاه‌پیری — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره: ۱۴ — کلاس: دهم دختر

۱۹/۷۵

۱

$a_n=\frac12, 1, 2, \dots$ ($\times2$, $\times2$)

الف) $r=2$ $a=\frac12$ $a_{10}=ar^9 \to a_{10}=\frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{2}\,2^8 \to \boxed{a_{10}=2^8=256}$ جواب

۲

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}}=\frac{\cancel{a}r^{16}}{\cancel{a}r^{12}}=r^4 \xrightarrow{r=2} 2^4=\boxed{16}$ جواب

ج) $ac=b^2 \to a_3=\frac12\times2^2=2=2^1$ $a_{10}=256=2^8$ $2^8\times2^2=b^2\to2^{10}=b^2\to\boxed{b=2^5}$ جواب $\to$ می‌شود جمله‌ی هفتم

د) $128=\frac12\times2^{n-1}\to256=2^{n-1}\to2^8=2^{n-1}\to8=n-1\to n=9\to$ جمله‌ی نهم جواب

۲

$a_5=12$ $a_8=96\to\frac{a_8}{a_5}=\frac{\cancel{a}r^7}{\cancel{a}r^4}=r^3\to r^3=\frac{96}{12}\to r^3=8=2^3\to r=2$

$ar^4=12\to a2^4=12\to a=\frac{12}{16}=\frac34$ $a_{10}=ar^9\to a_{10}=\frac{3}{\cancel{4}}\times\cancel{2^2}\,2^7\to\boxed{a_{10}=384}$ جواب

۲

۳

الف) $a_1\times a_2\times\underbrace{a_3}_{a_4}\times a_4\times a_5=243\to(a_3)^5=243\to(a_3)^5=3^5\to\boxed{a_3=3}$ جواب

$a_4=(a_3)^2$

ب) $a_1\times a_5\to a_4=(a_3)^2=(3)^2=\boxed{9}$ جواب

۲

۴

$2^a, 4\sqrt2, 2^b$ (a, ar, ar^2) $\to ac=b^2\to2^a\times2^b=(4\sqrt2)^2\to2^{a+b}=32\to2^{a+b}=2^5\to a+b=5$

واسطه حسابی $\to\frac{a+b}{2}=\frac52=\boxed{2/5}$ جواب

۲

۵

$a_3=1-x$ $a_7=x$ $a_{11}=x+1\to ac=b^2\to a_3\times a_{11}=(a_7)^2\to(1-x)(x+1)=x^2$ ۱/۷۵

$1-x^2=x^2\to2x^2=1\to x^2=\frac12\to\boxed{x=\mp\frac{1}{\sqrt2}=\mp\frac{\sqrt2}{2}}$ جواب $\to$ فقط $\frac{\sqrt2}{2}$ قابل قبول

۶

$a_1+a_4=28$ $a_2+a_3=12$

$a(1+r^3)=28$ $ar(1+r)=12$

$\frac{\cancel{a}(1+r^3)}{\cancel{a}r(1+r)}=\frac{28}{12}\to\frac{1+r^3}{r+r^2}=\frac73\to\frac{\cancel{(1+r)}(r^2-r+1)}{r\cancel{(1+r)}}=\frac73$

$\frac{r^2-r+1}{r}=\frac73\to3r^2-3r+3=7r\to3r^2+3=10r\to3r^2-10r+3=0\to r^2-10r+9=0$

۳

$(r-9)(r-1)\to r=\frac93=3$, $r=\frac13$ $\xrightarrow{\text{جای‌گذاری}}a(1+r^3)=28\xrightarrow{r=3}a(1+27)=28\to a=1$

$a_n=1,3,9,\boxed{27}$

$\xrightarrow{r=\frac13}ar(1+r)=12\to a\frac13(1+\frac13)=12\to\frac49a=12\to a=\frac{12}{\frac49}=27$

$a_n=\boxed{27},9,3,1$

جواب: بزرگترین عدد در هر دو حالت ۲۷

۷

$a_1+a_2+a_3=13$ $a_1\times\underbrace{a_2}_{3}\times a_3=27\to a+\underbrace{ar}_{3}+ar^2=13\to a+ar^2=10$

$a\times ar\times ar^2=27\to a^3r^3=27\to(ar)^3=3^3\to ar=3\to a=\frac3r\to\frac3r+\frac{3r^2}{r}=10\to\frac{3+3r^2}{r}=10$

$3+3r^2=10r\to3r^2-10r+3=0\to(r-9)(r-1)\to r=3$, $r=\frac13$

۳

$\xrightarrow{r=3}a_n=1,3,9$ و $\xrightarrow{r=\frac13}a_n=9,3,1$

نام و نام خانوادگی: آلا شاه‌پیری — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره: ۱۴ — کلاس: دهم دختر C

۸

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots$ ($\times ۳$, $\times ۳$) $\to q = ۳ \quad a = ۲$ $\qquad a_{۱۰} = ۲ \times ۳^۹ \to a_{۱۰} = ۳۹۳۶۶$

الف) $S_{۱۰} \Rightarrow S_n = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) \to S_{۱۰} = \cancel{۲}\left(\frac{۳^{۱۰} - ۱}{\underbrace{۳ - ۱}_{۲}}\right) = \boxed{۳^{۱۰} - ۱ = ۵۹۰۴۸}$ جواب

ب) $P_n = \sqrt{(a_۱ \times a_n)^n} \to P_{۱۰} = \sqrt{(a_۱ \times a_{۱۰})^{۱۰}} = (a_۱ \times a_{۱۰})^۵ = (۲ \times ۳۹۳۶۶)^۵ = (۷۸۷۳۲)^۵$ جواب

۳

۹

$a, aq, aq^۲, aq^۳, \dots \longrightarrow aq - a = a(q-۱) \qquad aq^۲ - aq = aq(q-۱) \qquad aq^۳ - aq^۲ = aq^۲(q-۱)$

دنباله‌ی جدید $= a(q-۱) \xrightarrow{\times q} aq(q-۱) \xrightarrow{\times q} aq^۲(q-۱) \Rightarrow a_۱' = a(q-۱), \; q' = q$

* پس دنباله‌ی بدست آمده هندسی است.
* و قدر نسبت آن q است.

اولیه $a_n = aq^{n-۱}$

جدید $a_n = a(q-۱)q^{n-۱}$

۳

۱۰

الف) $S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n-۱)d) \longrightarrow S_n = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \dots + a_n$

$\to S_n = a + a + d + a + ۲d, a + ۳d, \dots, a + (n-۱)d =$

$S_n = a + (n-۱)d + a + (n-۲)d + a + (n-۳)d + \dots + a =$

$۲S_n = ۲a + (n-۱)d + ۲a + (n-۱)d + \dots + ۲a + (n-۱)d$ $\xrightarrow{n \text{ بار}}$

$۲S_n = n(۲a + (n-۱)d) \xrightarrow{\div ۲} S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n-۱)d)$ ✓

ب) $S_n = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right) \longrightarrow S_n = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \dots + a_n \longrightarrow S_n = a + aq + aq^۲ + aq^۳ + aq^۴ + \dots + aq^{n-۱}$

$S_n = a(۱ + q + q^۲ + q^۳ + \dots + q^{n-۱}) \xrightarrow{\times q} qS_n = a(q + q^۲ + q^۳ + q^۴ + \dots + q^n)$

$qS_n - S_n = a(\cancel{q} + \cancel{q^۲} + \cancel{q^۳} + \dots + q^n) - a(۱ + \cancel{q} + \cancel{q^۲} + \cancel{q^۳} + \dots + \cancel{q^{n-۱}})$

$S_n(q-۱) = a(q^n - ۱) \longrightarrow S_n = a\left(\frac{q^n - ۱}{q - ۱}\right)$ ✓

۳