کیمیا یعفراصفهانی _ دهم دختر ۵ _ تکلیف ۱۴

① $\underbrace{\frac{۱}{۲}, ۱}_{\times ۲}, \underbrace{۱, ۲}_{\times ۲}, \dots$ $\quad a_n = \frac{aq^{n-1}}{۲} \rightsquigarrow \frac{۱ \times ۲^{n-1}}{۲} \rightsquigarrow ۲^{n-۲}$

الف) $۲^{۱۰-۲} = \boxed{۲^۸} = ۲۵۶$

ب) $\frac{۲^{۱۵}}{۲^{۱۱}} = \boxed{۲^۴} = ۱۶$

ج) $\underset{a_۴}{۲^۲} \quad x \quad \underset{a_{۱۰}}{۲^۸} \rightsquigarrow x^۲ = ۲^۸ \times ۲^۲ \to ۲^{۱۰} \to x = \boxed{۲^۵} = ۳۲$

د) $۲^{n-۲} = ۱۲۸ \rightsquigarrow ۱۲۸ = ۲^۷ \to n = \boxed{۹}$

② $a_۵ = ۱۲$, $a_۸ = ۹۶$ $\to \frac{\overset{۹۶}{\cancel{a_۸}}}{\underset{۱۲}{\cancel{a_۵}}} = q^۳ = ۸ \to q = ۲ \rightsquigarrow ۱۲ = a \times \overset{۱۶}{\cancel{q^۴}} \to a = \frac{۳}{۴}$

$a_{۱۰} = ?$ $\quad a_{۱۰} = a \times q^۹ \to \frac{۳}{۴} \times \underset{۵۱۲}{\cancel{۲^۹}} = \boxed{۳۸۴}$

③ $\underbrace{a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵}_{a_۲} = ۲۴۳ \rightsquigarrow a_۳^۵ = ۲۴۳ \rightsquigarrow a_۳ = \boxed{۳}$ الف

ب) $a_۳ \times a_۳ = a_۱ \times a_۵ \to \boxed{۹}$

④ $(۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^b \times ۲^a \to ۳۲ = ۲^{a+b} \to a + b = ۵$

$\frac{\overset{۵}{\cancel{a+b}}}{۲} = \boxed{\frac{۵}{۲}}$

⑤ $a_۳ = ۱ - x \rightsquigarrow a_۳ — — — \overset{\text{واسطه}}{a_۷} — — — a_{۱۱}$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x + ۱$

$\to x^۲ = (۱ - x)(x + ۱)$

$x^۲ = ۱ - x^۲ \rightsquigarrow ۲x^۲ = ۱ \to x^۲ = \frac{۱}{۲} \rightsquigarrow x = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}}$

⑥ $a_۱ + a_۴ = ۲۸ \rightsquigarrow a_۱ + a_۱q^۳ = ۲۸ \to a_۱(۱ + q^۳) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲ \rightsquigarrow a_۱q + a_۱q^۲ = ۱۲ \to a_۱(q + q^۲) = ۱۲$

$\to \frac{\overset{۷}{\cancel{۲۸}}}{\underset{۳}{\cancel{۱۲}}} = \frac{\cancel{a}(۱ + q^۳)}{\cancel{a}(q + q^۲)} \rightsquigarrow ۳ + ۳q^۳ = ۷q + ۷q^۲$

$\to a_۱(۱ + q^۳) = ۲۸$

$q = ۳$, $a = ۱ \rightsquigarrow$ ۱ ۳ ۹ $\boxed{۲۷}$

$q = \frac{۱}{۳}$, $a = ۲۷ \rightsquigarrow$ $\boxed{۲۷}$ ۹ ۳ ۱

⑦ $a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۱۳ \rightarrow$

$a_۱ \times a_۲ \times a_۳ = ۲۷ \rightarrow a \times aq \times aq^۲ = ۲۷ \rightarrow a^{\boxed{۳}} q^{\boxed{۳}} = ۲۷ \xrightarrow{\sqrt[\boxed{۳}]{}} \rightsquigarrow aq = ۳$

$a \times \underbrace{\boxed{aq}}_{۳} \times aq^۲ = ۲۷ \rightarrow a_۱ \times a_۳ = \frac{۲۷}{۳} = ۹$

اگر aq و a را داشتیم داریم $\overset{۹,}{}$ $\rightsquigarrow \frac{۳}{q} + ۳q = \overset{۱۰}{\cancel{۱۳ - ۳}} \rightarrow ۳\left(\frac{۱}{q} + q\right) = ۱۰ \rightarrow \frac{۱}{q} + q = \frac{۱۰}{۳} \rightsquigarrow \frac{q^۲+۱}{q} = \frac{۱۰}{۳}$

$۳q^۲ + ۳ = ۱۰q \rightarrow ۳q^۲ - ۱۰q + ۳ = ۰ \xrightarrow{\text{ردیسی}} q^۲ - ۱۰q + ۹ = ۰ \rightarrow (q-۱) \rightarrow \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow ۹, ۳, ۱$ ق.ق

$\searrow (q-۹) \rightarrow \frac{۹}{۳} = ۳ \rightsquigarrow ۱, ۳, ۹$ ق.ق

⑧ $a_n = \underset{\times ۳}{۲, ۶}, \underset{\times ۳}{}۱۸, \ldots \rightsquigarrow a_{۱۰} = ۲ \times ۳^۹$

الف) $\frac{\cancel{۲}(۳^{۱۰} - ۱)}{\underset{\cancel{۲}}{۳ - ۱}} \rightarrow ۳^{۱۰} - ۱$

ب) $(\text{آخری} \times \text{اولی})^{\frac{n}{۲}} \rightarrow (\underbrace{۲ \times ۲}_{۴} \times ۳^۹)^۵ \rightarrow (۴ \times ۳^۹)^۵$

⑨ $a, aq, aq^۲, \ldots \rightsquigarrow (aq - a), (aq^۲ - aq), (aq^۳ - aq^۲), \ldots$

$* \; a(q-۱), aq(q-۱), aq^۲(q-۱), \ldots$

$\frac{\cancel{a}q\cancel{(q-۱)}}{\cancel{a}\cancel{(q-۱)}} = q$

* نسبت هر جمله به جمله‌ی قبل برابر q در دنباله هندسی است

[illegible]

⑩ الف) $S_n = a_۱ + a_۲ + a_۳ + \ldots + a_n \rightarrow (a) + (a+d) + (a+۲d) + \ldots + (a+(n-۱)d)$

$a + a\underbrace{(d + ۲d + \ldots + (n-۱)d)}_{}$

$\underbrace{d(۱+۲+\ldots+n-۱)}_{(\text{مجموع اعداد تا } n-۱)} \rightsquigarrow d \times \frac{n(n-۱)}{۲} \rightarrow \underbrace{an + d\left(\frac{n(n-۱)}{۲}\right)}_{\frac{۲an}{۲} + d\left(\frac{n^۲-n}{۲}\right)} \rightarrow \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$ ✓

ب) تصاعد هندسی $\rightsquigarrow$

$$\times q \begin{cases} S_n = \underline{a} + \cancel{aq} + \cancel{aq^۲} + \cancel{aq^۳} + \ldots + \cancel{aq^{n-۱}} \\ qS_n = \cancel{aq} + \cancel{aq^۲} + \cancel{aq^۳} + \ldots + \cancel{aq^{n-۱}} + \underline{aq^n} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} S_n - qS_n = a - aq^n \\ S_n(۱-q) = a(۱-q^n) \\ S_n = a\left(\frac{۱-q^n}{۱-q}\right) \end{cases}$$ ✓