کیمیا پیغمبر اصفهانی _ دهم دختر ۵ _ تکلیف ۱۴

۱۹٫۷۵

① $\underbrace{\frac{۱}{۲}, ۱}_{\times ۲}, \underbrace{۱, ۲}_{\times ۲}, \dots$ $\quad a_n = a\underset{\overline{\;۲\;}}{q}^{n-1} \rightsquigarrow \frac{۱\times ۲^{n-1}}{۲} \rightsquigarrow ۲^{n-۲}$

الف) $۲^{۱۰-۲} = \boxed{۲^{۸}} = ۲۵۶$ ۳

ب) $\frac{۲^{۱۵}}{۲^{۱۱}} = \boxed{۲^{۴}} = ۱۶$

ج) $\underset{a_۴}{۲^{۲}} \quad x \quad \underset{a_{۱۰}}{۲^{۸}} \rightsquigarrow x^{۲} = ۲^{۸}\times ۲^{۲} \longrightarrow ۲^{۱۰} \longrightarrow x = \boxed{۲^{۵}} = ۳۲$

د) $۲^{n-۲} = ۱۲۸ \rightsquigarrow ۱۲۸ = ۲^{۷} \longrightarrow n = \boxed{۹}$

② $a_۵ = ۱۲$, $a_۸ = ۹۶$ $\Big] \to \frac{\overset{۹۶}{\cancel{a_۸}}}{\underset{۱۲}{\cancel{a_۵}}} = q^{۳} = ۸ \to q = ۲ \rightsquigarrow ۱۲ = a\times q^{\overset{۱۶}{\cancel{۴}}} \longrightarrow a = \frac{۳}{۴}$ ۳

$a_{۱۰} = ?$ $\quad a_{۱۰} = a\times q^{۹} \longrightarrow \frac{۳}{۴}\times \underset{۵۱۲}{\cancel{۲^{۹}}} = \boxed{۳۸۴}$

③ $\underbrace{a_۱\times \underbrace{a_۲\times a_۳\times a_۴}_{a_۲}\times a_۵}_{a_۲} = ۲۴۳ \rightsquigarrow a_۳^{۵} = ۲۴۳ \rightsquigarrow a_۳ = \boxed{۳}$ الف

۴

ب) د) $a_۳\times a_۳ = a_۱\times a_۵ \longrightarrow \boxed{۹}$

④ $(۴\sqrt{۲})^{۲} = ۲^{b}\times ۲^{a} \longrightarrow ۳۲ = ۲^{a+b} \longrightarrow a+b = ۵$

۳

$\frac{a \overset{۵}{\cancel{+b}}}{۲} = \boxed{\frac{۵}{۲}}$

⑤ $a_۳ = ۱-x \rightsquigarrow a_۳ - - - \overset{\overset{\text{واسطه}}{\uparrow}}{a_۷} - - - a_{۱۱}$

$a_۷ = x$

$a_{۱۱} = x+۱$

$\Bigg] \to x^{۲} = (۱-x)(x+۱)$

$x^{۲} = ۱-x^{۲} \rightsquigarrow ۲x^{۲} = ۱ \longrightarrow x^{۲} = \frac{۱}{۲} \rightsquigarrow x = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۱٫۷۵ فقط $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ درسته

⑥ $a_۱ + a_۴ = ۲۸ \rightsquigarrow a_۱ + a_۱q^{۳} = ۲۸ \longrightarrow a_۱(۱+q^{۳}) = ۲۸$

$a_۲ + a_۳ = ۱۲ \rightsquigarrow a_۱q + a_۱q^{۲} = ۱۲ \longrightarrow a_۱(q+q^{۲}) = ۱۲$ ۳

$\Big] \to \frac{\overset{۷}{\cancel{۲۸}}}{\underset{۳}{\cancel{۱۲}}} = \frac{\cancel{a}(۱+q^{۳})}{\cancel{a}(q+q^{۲})} \rightsquigarrow ۳+۳q^{۳} = ۷q+۷q^{۲}$

$\to a_۱(۱+q^{۳}) = ۲۸$

$\to q = ۳ \,, a = ۱ \rightsquigarrow ۱ \quad ۳ \quad ۹ \quad \boxed{۲۷}$

$\to q = \frac{۱}{۳} \,, a = ۲۷ \rightsquigarrow \boxed{۲۷} \quad ۹ \quad ۳ \quad ۱$

⑦ $a_{۱}+a_{۲}+a_{۳}=۱۳ \longrightarrow$

۳

$a_{۱}\times a_{۲}\times a_{۳}=۲۷ \longrightarrow a\times aq\times aq^{۲}=۲۷ \longrightarrow a^{۳}q^{۳}=۲۷ \nearrow \boxed{۳} \rightsquigarrow aq=۳$

$a\times \underset{۳}{\boxed{aq}}\times aq^{۲}=۲۷ \longrightarrow a_{۱}\times a_{۳}=\frac{۲۷}{۳}=۹$

اگر aq را a درنظر بگیریم داریم ۹، $\rightsquigarrow \frac{۳}{q}+۳q=\overset{۱۰}{\cancel{۱۳}-۳} \longrightarrow ۳\left(\frac{۱}{q}+q\right)=۱۰ \longrightarrow \frac{۱}{q}+q=\frac{۱۰}{۳} \rightsquigarrow \frac{q^{۲}+۱}{q}=\frac{۱۰}{۳}$

$۳q^{۲}+۳=۱۰q \longrightarrow ۳q^{۲}-۱۰q+۳=۰ \overset{\text{ردیی}}{\rightsquigarrow} q^{۲}-۱۰q+۹=۰ \longrightarrow (q-۱) \longrightarrow \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow ۹,۳,۱$ ق ق

$\searrow (q-۹) \longrightarrow \frac{۹}{۳}=۳ \rightsquigarrow ۱,۳,۹$ ق ق

⑧ $a_{n}=\underset{\times ۳}{۲},\underset{\times ۳}{۶},۱۸,\dots \rightsquigarrow a_{۱۰}=۲\times ۳^{۹}$

۳

الف) $\frac{\cancel{۲}(۳^{۱۰}-۱)}{\underset{\cancel{۲}}{۳-۱}} \longrightarrow ۳^{۱۰}-۱$

ب) $(\text{آخری}\times\text{اولی})^{\frac{n}{۲}} \longrightarrow \left(\underset{۴}{\underline{۲\times ۲}}\times ۳^{۹}\right)^{۵} \longrightarrow (۴\times ۳^{۹})^{۵}$

⑨ $a,\ aq,\ aq^{۲},\dots \rightsquigarrow (aq-a),\ (aq^{۲}-aq),\ (aq^{۳}-aq^{۲}),\dots$

۳

$\star\ a(q-۱),\ aq(q-۱),\ aq^{۲}(q-۱),\dots$

$\frac{aq\,\cancel{(q-۱)}}{a\,\cancel{(q-۱)}}=q\,]$

* نسبت هر جمله به جمله‌ی قبل برابر q در دنباله هندسی است

ناکتریها

⑩ الف) $s_{n}=a_{۱}+a_{۲}+a_{۳}+\dots+a_{n} \longrightarrow (a)+(a+d)+(a+۲d)+\dots+(a+(n-۱)d)$

$a+a\underbrace{(d+۲d+\dots+(n-۱)d)}$

۲

$d(۱+۲+\dots+n-۱) \rightsquigarrow d\times\frac{n(n-۱)}{۲} \longrightarrow \underbrace{an+d\left(\frac{n(n-۱)}{۲}\right)}_{\frac{۲an}{۲}+d\left(\frac{n^{۲}-n}{۲}\right)} \longrightarrow \frac{n}{۲}(۲a_{۱}+(n-۱)d)$ ✓

(جمع اعداد طبیعی تا n-۱)

ب) تصاعد هندسی $\rightsquigarrow$

$$\begin{cases} s_{n}=a+\cancel{aq}+\cancel{aq^{۲}}+\cancel{aq^{۳}}+\dots+\cancel{aq^{n-۱}} \\ \times q:\quad qs_{n}=\cancel{aq}+\cancel{aq^{۲}}+\cancel{aq^{۳}}+\dots+\cancel{aq^{n-۱}}+aq^{n} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} s_{n}-qs_{n}=a-aq^{n} \\ s_{n}(۱-q)=a(۱-q^{n}) \\ s_{n}=a\left(\frac{۱-q^{n}}{۱-q}\right) \end{cases}$$ ✓