(بنام خدا)

۱۶

۱) $a_1 = ۴۰$, $a_۴ = ۶۱$, $\frac{۶۱ - ۴۰}{۳} = ۷ = d$, $a_n = ۷n + ۳۳$

$۲۰۸ - ۳۳ = ۷n$

$n = ۲۵$

۲) $۷n + ۳ = a_n$

$۹۹۹ \geq ۷n + ۳ \geq ۱۰۰$, $۹۹۶ \geq ۷n \geq ۹۷$, $(۱۴۲ - ۱۵) + ۱ = ۱۲۹$

$n = ۱۵, \ldots, ۱۴۲$

۳) $a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = -۶n + ۱۲ \rightarrow$

$a_{۱۶} + a_{۱۷} + a_{۱۸} = -۶n + ۱۲$, $n = ۱۵$; $a_۷ + a_۸ + a_۹ = -۶n + ۱۲$, $n = ۶$

$۳a_{۱۷} = -۶n + ۱۲$, $a_{۱۷} = -۲n + ۴ = -۲۶$, $۳a_۸ = -۶n + ۱۲$

$a_۸ = -۲n + ۴ = -۸$

$a_{۱۷} + a_۸ = -۲۶ - ۸ = -۳۴$

۴) $۲^x - ۱ \,,\, ۲^{x+1} \,,\, ۲^{۲x} - ۳$; $n = ۳$, $n = ۸$, $n = ۱۳$; $+۵d$, $+۵d$

$۳, ۸, ۱۳ \longrightarrow ۳ + ۸ + ۱۳ = ۲۴$

$۲^x - ۱ + ۲^{۲x} - ۳ = ۲^{x+۲}$

$۲^x + ۲^{۲x} - ۴ = ۲^{x+۲}$

$۲^x(۱ + ۲^x) = ۲^x(۴ + ۲^{۲-x})$

$۱ + ۲^x = ۴ + ۲^{۲-x}$

$۱ + ۲^x = ۲^۲\left(۱ + \frac{۱}{۲^x}\right) \Rightarrow ۲^۲ = \frac{۱ + ۲^x}{\frac{۲^x + ۱}{۲^x}}$

$۲^۲ = ۲^x\left(\frac{۱ + ۲^x}{۲^x + ۱}\right) \rightarrow x = ۲$

(۱۵ ⓞ/۵ (circled)

$$\begin{cases} \cancel{a_{10}-a_{12}=5} \quad a_{12}-a_{10}=5 \\ + \; a_{10}+a_{12}=25 \end{cases}$$

$d=2/5$

$2a_{10}=30$

$a_{10}=15$

$a_{12}=20$

$a_n=5n-35$

$\to 2a_1+20d=25 \to a_1=-12/5$

$a_{21}=70$

$a_{21}=a_1+20d \to -\frac{25}{2}+20\left(\frac{5}{2}\right)=37/5$

ⓞ (circled) (۱۶

$$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{1}{3}\left(a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10}\right)$$

$$5a_3=\frac{1}{3}(5a_8) \Rightarrow a_3=\frac{1}{3}a_8$$

$$a+2d=\frac{1}{3}a+\frac{7}{3}d \qquad a+d=a_2 \Big\{ \text{۳ برابر}$$

$$\frac{2}{3}a=\frac{1}{3}d \to d=2a \qquad 3a=a_2$$

۰/۵ (circled) (۱۷

حل سوال [illegible] سوال ۱۰

$t_n=t_{n-3}+15$

$$t_9^2-t_5^2=(t_9+t_5)\cancel{(t_9-t_5)}^{20}$$

$t_9=t_6+15 \to a+8d=a+5d+15$

$t_6 \to t_5+d$

$3d=15 \quad d=5 \quad t_9=t_5+20$

$t_9-t_5=20$

$$t_9^2-t_5^2=\frac{20t_9+20t_5}{a+9d}=\frac{20a+160d+20a+80d}{a+9d} \Rightarrow 240$$

$$\frac{40a+240d}{a+9d}=\cancel{\boxed{\text{۴ برابر}}}$$

(۱۸

$2(1-6\sqrt{3}), \ldots\ldots, 2+\sqrt{3}$

۱۴ (circled)

$$\frac{2+\sqrt{3}-2+12\sqrt{3}}{13}=\sqrt{3}$$

① (circled)

۴۱۲

$$d=\frac{2-12\sqrt{3}-2-\sqrt{3}}{\cancel{14-1}}=\frac{-13\sqrt{3}}{13}=\cancel{-\sqrt{3}}$$

ⓢ (circled) (۱۹

$2, \underbrace{\ldots}_{n-1}\;\underbrace{\ldots}_{n}\;\underbrace{\ldots}_{3n-2}, 32$

$4n-3$

$$\frac{11-2}{(n-1)+1} \quad d=\frac{32-2}{(4n-3)+1}$$

$30n=36n-18 \quad \boxed{n=3}$

$$a_{17} + a_{7} = a_{n} + a_{n+4} \rightarrow n + n + 4 = 20 \rightarrow \boxed{n = 8}$$

$$a_n = 3a_{\frac{n}{2}} \qquad a_8 = 3a_4 \rightarrow a + 7d = 3a + 9d$$

$$-2d = 2a$$

$$d = -a$$

$$a, a+d, a+2d, \ldots$$

$$a, a-a, a-2a, \ldots$$

$$\boxed{a_2 = 0}$$

سوال ۷

$$t_9^2 - t_\omega^2 = (t_9 + t_\omega)(t_9 - t_\omega)$$

$$t_{17} + t_7 \qquad t_{18} - t_{14} = 4d$$

$$\frac{t_9^2 - t_\omega^2}{t_7} = \frac{(2+7)(4d)}{t_7} = 8d \quad a \times \omega = 40$$